

## [ 共同研究成果 ]

## 直交格子積み上げ法を用いた五芒星グレイン形状を有する

## 固体燃料ロケット内部流れ場の数値流体解析

小川 秦一郎, 奥 汐梨, 佐々木 大輔

大阪公立大学 大学院工学研究科 航空宇宙海洋系専攻 航空宇宙工学分野

固体燃料ロケットは構造の簡素さや運用性, コスト面での利点から, 小型衛星打ち上げ用ロケットとしての利用が期待されている. しかし, 固体燃料ロケットの燃焼室内部では, 不安定な流れ場に起因する圧力振動が発生し, ロケットの推進性能や搭載機器に悪影響を及ぼす可能性がある. これらの現象を解明するためには, 燃焼室内流れ場の詳細な解析が重要であるが, 実機を用いた燃焼試験では多大なコストと労力を要するため, 数値流体解析の活用が有効である. 本研究では, 3次元 Building-Cube Method (BCM) ソルバーの妥当性を検証することを目的として, 星型グレイン形状を有する五芒星固体燃料ロケット内部流れ場を対象とした数値解析を実施した. 推進剤の燃焼進行に伴う燃焼室形状の変化を模擬した複数の解析モデルを用いて, 内部流れ場の特徴およびロールトルクの変化を評価した. 解析結果より, 五芒星グレイン壁面から中心方向へ流入する流れ場構造が形成されることが確認でき, 推進剤壁面噴出モデルの有効性が明らかとなった. また, ノズル出口部のロールトルクの比較結果より, 燃焼開始直後にロールトルクが最大となり, 燃焼の進行に伴い減少する傾向が得られた. この傾向は先行研究の解析結果および飛行実験結果と良好に一致した. さらに, 五芒星スロット形状を表す  $l/d$  とロールトルクの関係についても, 先行研究と同様に指数関数的関係が得られた. 以上の結果より, 本研究で用いた3次元 BCM ソルバーは, 星型グレイン形状を有する固体燃料ロケット内部流れ場およびロールトルクの変化を適切に再現できることが示され, 本解析手法の妥当性が確認された.

## 1. はじめに

近年, 小型衛星の需要拡大に伴い, その打ち上げ能力を有する小型ロケットへの関心が高まっている. とりわけ, 構造の簡素さや運用性, コスト面での優位性から, 固体燃料ロケットは小型衛星打ち上げ用のロケットとしての利用が期待されている. しかし, 固体燃料ロケットの燃焼室内部では, 不安定な流れ場によって圧力振動[1]が発生し, これによりロケットの推進性能だけではなく人工衛星などのペイロードにも振動により悪影響を及ぼすことが知られており, 振動による機器の不具合を防止するために振動抑制装置を搭載する必要がある[2]. しかし, これらの対策はロケット全体の重量増加につながるため, 燃焼室内における圧力振動の発生メカニズムを解明し, その抑制を図ることが重要な課題となっている.

従来, 圧力振動の発生メカニズムを解明するために, 小型スケールモデルを用いた燃焼実験が実施されてきた[3]. しかし, 小型モデルでは燃焼室内の形状変化や流動構造など, 実物大の固体燃料ロケットと同一の現象を再現することが困難である. さらに, 固体燃料ロケットの燃焼過程ではスラッグ (slag) と呼ばれるアルミナ粒子が放出されることが知られている[4, 5]. このスラッグは固体燃料ロケットのサイズによらず同程度の大きさで生成されるため, その影響を適切に評価する実物大モデルでの検証が必要となる. しかし, 実物大の固体燃料ロケットを用いた燃焼試験は, 多大な費用と労力を要するため, 近年では, 数値流体解析 (CFD) を活用することで, 開発コストの削減と効率的なメカニズム解明が期待されている.

現在, 航空宇宙分野を含めた幅広い分野で流体の数値計算が行われているが, 一般的に数値計算に用いられる格子は, 物体の形状に沿って作成される構造格子や非構造格子が主流である. 例えば, 固体燃料ロケットの燃焼室内の CFD 解析についても, 構造格子を用いた解析[4, 6]が多く実施されてきている. しかし, 従来手法の場合には, 複雑な形状の格子を作成するために多くの

時間を要することや、アルゴリズムが複雑化するため空間高次スキームの構築が困難である等の課題がある。これらの課題を解決する方法の一つに、直交格子積み上げ法 (Building-Cube Method, BCM) がある。BCM は、物体の形状にかかわらず、計算領域を Cube と呼ばれる立方体で区切ることによって格子を生成するため、格子生成の負荷を抑えることができる。さらに、本手法は空間高次精度化が容易であり、渦構造を高精度に捉えることが可能である。加えて、移動境界への対応が容易であるため、固体燃料ロケットにおける推進剤燃焼に伴う推進剤形状の変化を模擬する移動境界問題への適用が期待されている。

先行研究において 2 次元 BCM ソルバーや 3 次元 BCM ソルバーを用いた解析が報告されている [7-9]。しかし、これまでの先行研究においては円筒形の固体燃料ロケット燃焼室を対象とした解析モデルで解析が行われている [9]。しかし、固体燃料ロケットの燃焼室の形状は、星型のグレイン形状が主流であり、より現実的な固体燃料ロケット燃焼室内部の流体解析を実施するためには、星型グレイン形状での解析を実施する必要がある。

そこで本研究では、3 次元 BCM ソルバーの妥当性を検証することを目的として、星型グレイン形状を有する五芒星型固体燃料ロケット内部流れ場を対象とした数値解析を実施した。推進剤の燃焼進行に伴う燃焼室形状の変化を再現した複数の解析モデルを構築し、各モデルにおける内部流れ場の特徴およびその変化を評価した。さらに、解析結果からノズル出口におけるロールトルクを算出し、先行研究の数値解析結果および飛行実験結果と比較することで、3 次元 BCM ソルバーの妥当性を検証した。

## 2. 数値解析手法

本解析手法の支配方程式は、3 次元圧縮性 RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) 方程式である。乱流モデルは、Spalart-Allmaras (SA) モデルを用いている。時間積分法は LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel) 陰解法、空間高次精度化は MUSCL (Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Laws) 法、時間精度は 3 次精度 MUSCL 法、離散化手法は Cell 中心有限体積法、非粘性流束は SLAU (Simple Low Dissipation Advection Upstream Splitting Method) 法である。

BCM は、モデル形状に対して立方体の Cube に分割して格子生成する。分割した Cube は、1 つの Cube につき一片を指定した数で等間隔に分割し Cell を生成する。物理量の交換には、各 Cube に Overlap cell と呼ばれる 3 層の Cell が存在しており、その Cell を用いて物理量を交換している。例えば、大きい Cube から小さい Cube への物理量の交換は、最も近い Cell から 0 次外挿する。一方、小さい Cube から大きな Cube への物理量の交換は 1 次線形内挿する。

BCM は格子生成や高次精度化が容易など多くのメリットがある一方で、物体の壁面に傾斜があるような物体の場合には、物体と解析領域の境界面が階段状に表現されてしまう課題がある。この課題を解決するために、本研究では壁近傍の Cell で物理量をモデル化することで物体形状を変化させることなく境界条件を適用する手法である Ghost cell と Image point を使用した Immersed Boundary Method (IBM)[10]を用いて計算精度の向上を図っている。図 1 に示す通り、Inner cell のうち Fluid cell に接している Wall cell を Ghost cell と定義する。Wall cell から最小の Cell 幅の 1.75 倍に仮想的な点である Image point を作成し、その周囲の 27 点のうち Fluid cell の値から距離に応じて重みづけを行い仮想点での物理量を計算する。そして、その物理量をもとに壁面の圧力などの物理量を決定する。

Image point における物理量  $q_{IP}$  は、それぞれの Cell 内に対応する物理量  $q_i$  を用いて以下で表される。

$$q_{IP} = \sum_{i=1}^{27} \omega_i q_i \text{mask}(i) \quad (1)$$

mask( $i$ ) = 1 : Fluid cell

mask( $i$ ) = 0 : Inner cell

ここで、 $\omega_i$  は  $i$  番目の Cell の中心座標との距離を  $h_i$  として、以下の式で表される。

$$\omega_i = \frac{h_i^{-2}}{\sum_{i=1}^{27} h_i^{-2}} \quad (2)$$

固体燃料ロケットモデルを解析する際には、推進剤を模擬した壁面（推進剤壁面）と推進剤のない物体を模擬した壁面（固体壁）の 2 種類の壁面条件が存在する。ここで、推進剤壁面とは、壁面からガス噴射（流入条件）が生じる条件であり、固体壁とは、壁面からガス噴射が生じない粘性壁面のことである。そこで、本研究では、IBM を用いて 2 種類の壁面モデル[11]を固体燃料ロケットモデルに設定している。以下に 2 種類の壁面モデルの Ghost cell の物理量の算出方法を示す。推進剤壁面領域と固体壁領域は、初期条件の段階で任意に指定することができる。

#### (a) 固体壁

仮想点での物理量  $q_{IP}$  を用いて、Ghost cell 内の速度ベクトル  $\mathbf{V}_{GC}$ 、圧力  $p_{GC}$ 、密度  $\rho_{GC}$  を以下のように決定する。

$$\mathbf{V}_{GC} = \mathbf{V}_{IP} - \left(1 + \frac{d_{IP}}{d_{GC}}\right) (\mathbf{V}_{IP} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (3)$$

$$p_{GC} = p_{IP} \quad (4)$$

$$\rho_{GC} = \rho_{IP} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{n}$  は物体表面に対する法線ベクトル、 $d_{IP}$  は物体表面から仮想点までの距離、 $d_{GC}$  は物体表面から Ghost cell の中心までの距離である。

#### (b) 推進剤壁面

推進剤壁面モデルの GC の物理量は以下の式を用いて算出した。

$$\mathbf{V}_{GC} = V_{IN} \mathbf{n} \quad (6)$$

$$p_{GC} = p_{IN} \quad (7)$$

$$\rho_{GC} = \rho_{IN} \quad (8)$$

流入条件における密度は、理想気体の状態方程式 ( $p = \rho RT$ ) を用いて算出した。

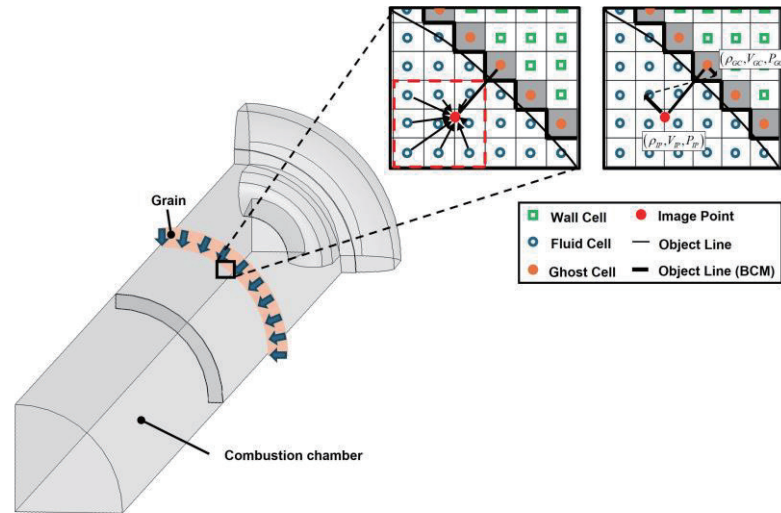


図1 固体燃料ロケットモデルと埋め込み境界法

### 3. 解析条件

本研究で用いた五芒星型固体燃料ロケットモデルと境界条件を図2に示す。燃焼室の長さは5041.14 mm、ノズル部分の長さは1097.6 mm、ノズル出口部の直径は1016 mmとした。燃焼室は断面が五芒星型となっている。図2(b)に示すModel 1からModel 4の4種類の形状は、固体燃料の燃焼に伴う燃焼室領域の変化を再現したモデルである。Model 1は燃焼開始0.28秒後のモデル、Model 2は燃焼開始2.02秒後のモデル、Model 3は燃焼開始4.12秒後のモデルである。また、Model 4については、形状変化を比較するための参考として、五芒星モデルの推進剤が完全に燃焼し円筒形状になった場合のモデルを想定している。境界条件は、五芒星グレイン領域(赤色の領域)は流入境界条件を設定し、ノズル壁面(緑色の領域)は粘性壁条件を設定し、ノズル出口(青色の領域)は流出境界条件を設定している。

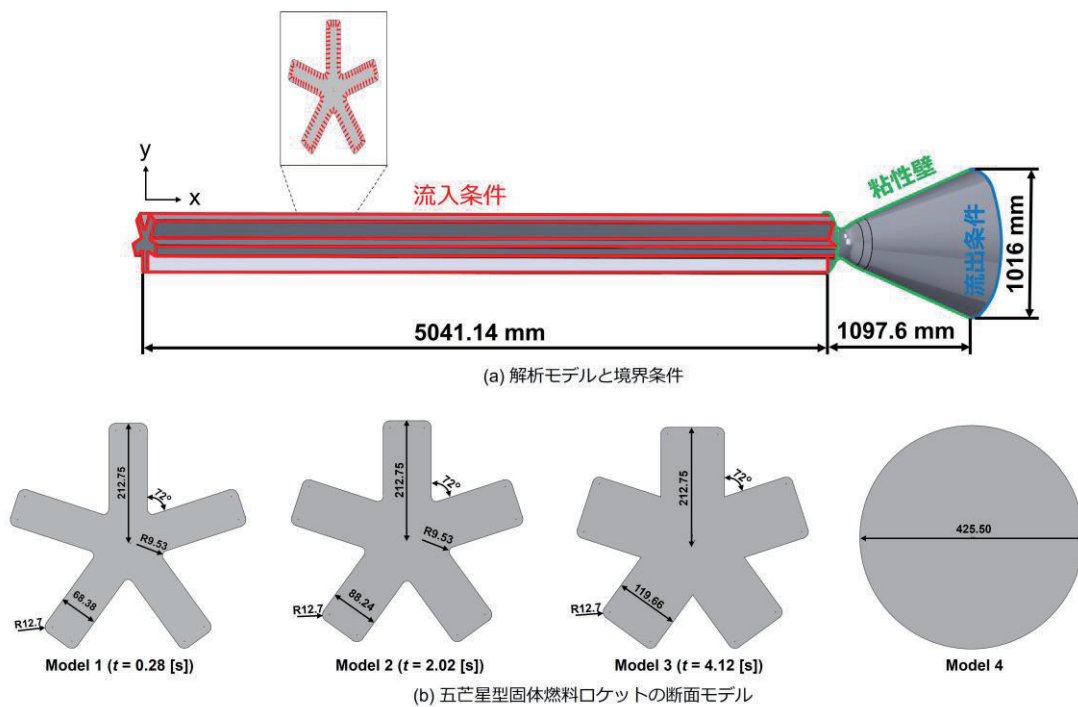


図2 五芒星型固体燃料ロケットモデルと境界条件

本研究で用いた解析格子情報を表 1 に示す。格子の総数を減らし計算負荷を低減するために、ノズル出口部の中心付近の格子は、燃焼室内部の格子よりも Cube サイズを大きくしている。Cell 数については、各 Cube を 16×16×16 で分割して生成している。

表 1 各モデルの格子情報

モデル	総 Cube 数	総 Cell 数	最小格子幅, mm
Model 1	10,950	44,851,200	48
Model 2	11,584	47,448,064	48
Model 3	63,845	261,509,120	24
Model 4	11,508	47,136,768	48

本研究の流入・流出境界条件を表 2 に示す。先行研究の解析条件[12]と同じ条件に設定している。本解析では、化学反応を伴わない非燃焼数値シミュレーションのため、流入するガスは高温の空気を模擬している。レイノルズ数は  $2.51 \times 10^8$  であり、モデル長さを代表長さとして計算している。

表 2 解析条件

条件	数値
<b>主流条件</b>	
マッハ数	0.562
全圧	$3.792 \times 10^6$ Pa
全温	2900 K
<b>流出条件</b>	
静圧	50 Pa

#### 4. 解析結果と考察

推進剤壁面噴出モデルを適用した場合に、推進剤を模擬した壁面から流入条件が適切に付与されていることを確認するため、4 種類の解析モデル (Model 1~4) について壁面近傍の流入状態を比較した。図 3 にモデル上部から 2500 mm の位置における断面分布を示す。この図は、マッハ数のコンター図に速度ベクトルを重ねて示したものである。

速度ベクトルより、五芒星のグレイン全てから垂直方向に流入条件が正しく設定されていることがわかる。また、各グレインから流入したガスは、中心方向に流れており、マッハ数分布からも、中心方向にかけて加速していることがわかる。従って、壁面からの流入条件は、五芒星のグレイン形状において正しく設定されていることが確認でき、本研究で適用している推進剤壁面噴出モデルを用いても問題なく解析できていると判断できる。

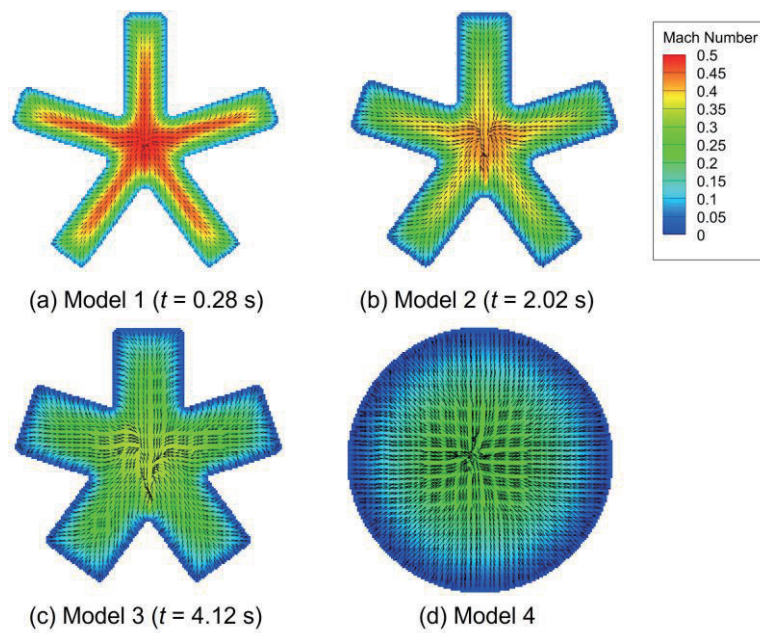


図3 モデル上部から 2500 mm 位置の断面図分布 (マッハ数と速度ベクトル)

次いで、ロールトルクについて検証した。ロールトルクは、ノズル出口部分を対象に、以下の式を用いて算出した。

$$L = \int_S \rho v_a v_r r dS \quad (9)$$

ここで、 $\rho$  は気体の密度、 $v_a$  は軸方向速度、 $v_r$  は接線方向速度、 $r$  は放射座標である。この式を用いて本解析結果からノズル出口部のロールトルクを求め、先行研究の実験結果[13]および解析結果[12]と比較した。比較結果を図4と図5に示す。図4は、燃焼開始からの時間とロールトルクの関係を示したグラフであり、図5は、五芒星型のスロット部の深さ  $l$  と幅  $d$  の比 ( $l/d$ ) とロールトルクの関係を示したグラフである。

図4より、時間経過に伴うロールトルクの変化は、先行研究の解析結果および飛行実験結果と同様の傾向を示すことが確認された。すなわち、ロールトルクは燃焼開始直後の  $t = 0.28$  s (Model 1) 付近で最大となり、その後燃焼の進行に伴い減少する傾向を示した。まず、本解析結果と先行研究の解析結果を比較すると、燃焼開始直後の形状に対応する Model 1 において両者はよく一致しており、相対誤差は約 1.9%であった。一方で、燃焼の進行に伴い燃焼領域が広がっている Model 2 および Model 3 においては、先行研究の解析結果との差が大きくなることが確認された。次いで、飛行実験結果との比較を行ったところ、燃焼が進行した形状に対応する Model 3 において最も良い一致が得られた。Model 1, Model 2, Model 3 における飛行実験値との相対誤差はそれぞれ約 26%, 約 42%, 約 4%であり、燃焼が進行した状態ほど飛行実験結果に近づく傾向が確認された。ここで、飛行実験のデータは 21 回の飛行試験結果を平均したものであり、ロールトルクの値は各実験で大きくばらついていたことが報告されている。例えば、先行研究で示されているロールトルクの最大値は平均値として 84 Nm であるが、個々の飛行実験では最大 163 Nm に達した例も報告されている[13]。このことから、飛行実験におけるロールトルクのばらつきは比較的大きかったと考えられるが、具体的な不確かさは報告されていない。そのため、本解析結果と飛行実験結果との間に生じた差の一部は、実験データのばらつきに起因する可能性があると推測される。

図5に示すように、 $l/d$  の値とロールトルクの関係についても、本解析結果は先行研究の解析結

果と飛行実験結果と同様の傾向を示した。Stella et al.[12]は、 $l/d$  とロールトルクの間指数関数的関係が存在することを報告しているが、本解析結果においても同様に  $l/d$  の減少に伴いロールトルクが指数関数的に減少する傾向が確認された。また、燃焼開始直後の形状に対応する Model 1 は  $l/d$  が大きい状態であり、一方で燃焼が進行した状態に対応する Model 3 は  $l/d$  が小さい状態となっている。従って、燃焼の進行に伴う形状変化がロールトルクの低下に強く影響していると考えられる。

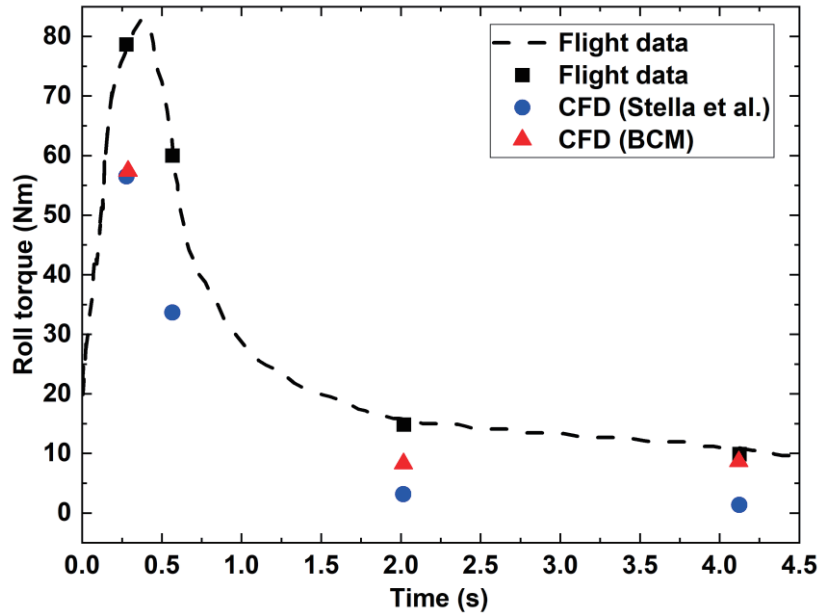


図 4 燃焼開始からの時間とロールトルクの関係

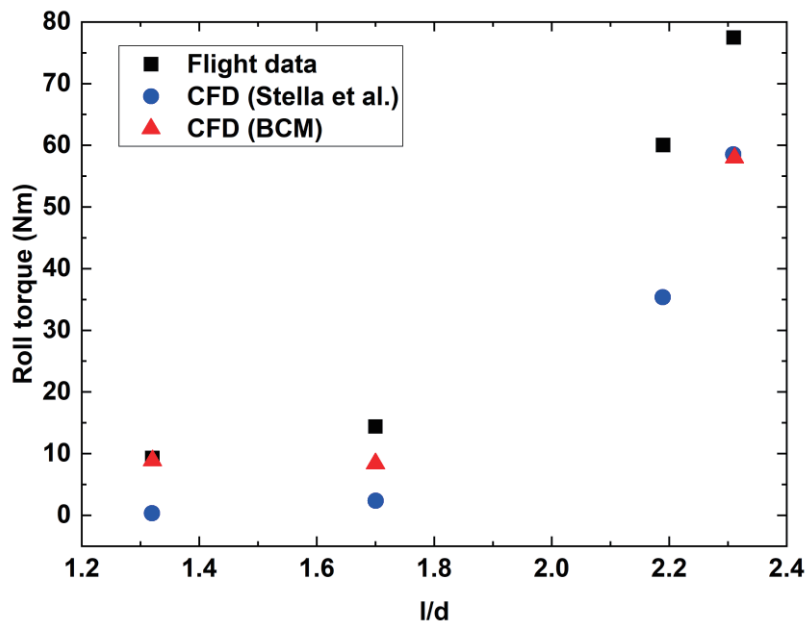


図 5 五芒星型のスロット部の深さ  $l$  と幅  $d$  の比 ( $l/d$ ) とロールトルクの関係

## 5. まとめ

本研究では、3次元 BCM ソルバーの妥当性を検証することを目的として、星型グレイン形状を有する五芒星型固体燃料ロケット内部流れ場を対象とした数値解析を実施した。推進剤の燃焼進行に伴う燃焼室形状を模擬した複数の解析モデルを構築し、各モデルにおける内部流れ場の特徴およびロールトルクの変化について評価した。本研究結果より得られた主な知見を以下に示す。

- (1) 推進剤壁面噴出モデルを適用した解析により、五芒星グレインの各壁面から中心方向に向かう流れが形成されることが確認された。また、マッハ数分布および速度ベクトル分布から、推進剤壁面における流入条件が適切に設定されていることが確認された。
- (2) 燃焼進行に伴うロールトルクの変化は、燃焼開始直後に最大値を示し、その後燃焼室形状の変化とともに減少する傾向を示した。この傾向は、先行研究の数値解析結果および飛行実験結果と同様であった。
- (3) 本解析結果と先行研究の解析結果との比較では、燃焼開始直後の形状に対応する Model 1 において良好な一致が得られ、相対誤差は約 1.9%であった。一方で、燃焼が進行した Model 2 および Model 3 では差が大きくなる傾向が確認された。
- (4) 飛行実験結果との比較では、燃焼が進行した形状に対応する Model 3 において最も良い一致が得られ、相対誤差は約 4%であった。これにより、燃焼が進行した状態の流れ場に対しては、本解析手法が実験結果を良好に再現できることが示された。
- (5) 五芒星グレインのスロット形状を表す  $l/d$  とロールトルクの関係について、本解析結果は先行研究と同様に指数関数的な関係を示した。このことから、燃焼進行に伴うグレイン形状の変化がロールトルクの低下に強く影響することが示唆された。

以上の結果より、本研究で用いた 3次元 BCM ソルバーは、星型グレイン形状を有する固体燃料ロケット内部流れ場においてロールトルクの変化を適切に再現できることが確認され、本手法の妥当性が示された。今後は、推進剤の燃焼による形状変化を直接取り扱う移動境界条件の適用や、燃焼反応および粒子挙動を考慮した数値解析を行うことで、固体燃料ロケット燃焼室内部の流動現象のより詳細な解明を進める予定である。

## 謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用することで実現することができた。また、研究にあたっては同センター関係各位に有益なご指導とご協力をいただいた。

## 参考文献

- [1] Y. Fabignon, J. Dupays, G. Avalon, F. Vuillot, N. Lupoglazoff, G. Casalis, M. Prévost, Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 7, No. 3, pp. 191-200, 2003.
- [2] 森田泰弘, 大塚浩仁, 田中健作, イプシロンロケットの誘導制御, 計測と制御, 57 巻, 4 号, pp. 216-221, 2018.
- [3] J. Anthoine, M. Mettenleiter, O. Repellin, J.-M. Buchlin, S. Candel, Influence of adaptive control on vortex-driven instabilities in a scaled model of solid propellant motors, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, No. 5, pp. 1009-1046, 2003.
- [4] M. Salita, Deficiencies and requirements in modeling of slag generation in solid rocket motors, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 11, No. 1, pp. 10-23, 1995.
- [5] W. Tang, R. Yang, T. Zeng, J. Li, J. Hu, X. Zhou, E. Jiang, Y. Zhang, Positive effects of organic fluoride on reduction of slag accumulation in static testing of solid rocket motors of different diameters, *Acta Astronautica*, Vol. 194, pp. 277-285, 2022.

- [6] T. Shimada, M. Sekiguchi, N. Sekino, Flow Inside a Solid Rocket Motor with Relation to Nozzle Inlet Ablation, *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 6, pp. 1324-1332, 2007.
- [7] S. Ogawa, D. Sasaki, Two-dimensional computational fluid dynamics analysis of internal flow in a simplified solid rocket motor combustion chamber, *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol. 12, pp. JFST0023, 2017.
- [8] 小川泰一郎, 大内健太郎, 佐々木大輔, 直交格子積み上げ法によるノズル付き固体燃料ロケット内部流れの3次元流体解析, 22 卷, pp. 1-10, 2023.
- [9] S. Ogawa, D. Sasaki, Three-dimensional cold flow analysis of the effect of the nozzle cavity volume on the internal flowfield in a solid rocket motor using the building-cube method, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 57, No. 4, pp. 045503, 2025.
- [10] R. Mittal, H. Dong, M. Bozkurttas, F.M. Najjar, A. Vargas, A. von Loebbecke, A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 10, pp. 4825-4852, 2008.
- [11] S. Ogawa, D. Sasaki, Development of a Radial Injection Flow Model of a Cylinder Simulating a Solid Rocket Motor Geometry using the Building-Cube Method, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 67, No. 6, pp. 307-317, 2024.
- [12] F. Stella, M. Giangi, F. Nardecchia, D. Barbagallo, ROLL TORQUE PREDICTION IN SRM: PRACTICAL APPLICATIONS, *Proceedings of 63<sup>rd</sup> International Astronautical Congress*, IAC-12,C4,2,23,x15674, 2012.
- [13] R. N. Knauber, Roll Torques Produced by Fixed-Nozzle Solid Rocket Motors, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 6, pp. 789-793, 1996.