

[共同研究成果]

宇宙初期における位相欠陥の格子シミュレーション

— ドメインウォールによる原始ブラックホール形成 —

北嶋 直弥

東北大学 学際科学フロンティア研究所

— 概要 —

本稿は筆者が東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータ AOBa を用いて行なった研究[1]のレビューである。本研究では、「宇宙創生の謎の解明」という自然科学における究極の目的に迫るため、素粒子物理学の理論モデルから予言される初期宇宙進化のシナリオに焦点を当てる。特に、宇宙初期における自発的対称性の破れに伴い形成される「位相欠陥」という特異な構造に着目し、その進化の過程について、スーパーコンピュータ AOBa による大規模シミュレーションを用いて解析する。特に、「ドメインウォール」という構造に焦点を当て、その崩壊過程におけるブラックホール形成に着目し、初期宇宙の理論モデルが観測により検証可能かどうかを議論する。

宇宙創生の謎と物質の起源を解明することは自然科学における究極の目的に挙げられる。特に、我々の宇宙は「**暗黒物質**」と呼ばれる正体不明の物質で満たされていることが観測によって明らかにされており、その正体を解き明かすことは、初期宇宙の進化の歴史を紐解き、素粒子物理学の究極理論を完成させるために必要不可欠である。

この謎の解明に繋がりうる素粒子物理学の理論モデルや、それに基づく初期宇宙進化の理論モデルがこれまで多く提案されてきたが、正しい理論モデルの選別には、実験や観測による検証が不可欠である。加速器実験に代表される素粒子実験による直接的検証は有力な手段であるが、地上実験では到達が難しい、極めて高いエネルギースケールでの理論モデルの検証においては、初期宇宙における進化の痕跡を精密宇宙観測によって捉える間接的検証が有効である。

特に、初期宇宙の進化の過程で形成される**原始ブラックホール**は、その質量・残存量などに形成時の情報が刻まれていることから、初期宇宙観測の有力なターゲットとなりうる。また、原始ブラックホール自体が暗黒物質の一つの候補となっている。故に、理論モデルに基づく初期宇宙進化の過程で、原始ブラックホールがどのようにして形成されるかを定量的に算出することが求められる。

本稿で紹介する研究[1]では、初期宇宙において原始ブラックホールを形成しうる理論モデルとして、**ドメインウォール**と呼ばれる特異な構造が形成されるシナリオに着目した(図1)。ドメインウォールは、その進化の過程で高強度の重力波を放出することが指摘されており、重力波観測の主要なターゲットにもなっている[2]。

初期宇宙におけるドメインウォールの進化は一般に非線形かつ非平衡過程であるため、そのダイナミクスの解析には数値シミュレーションが必要不可欠である。さらに本研究ではブラックホール形成を議論するため、局所的な時空の歪みの効果、すなわち一般相対論的な効果を取り入れることが不可欠である。そこで、本研究では、対象とする空間を離散格子に分割し、各々の格子点上で物質場、及び時空の幾何学量の時間発展を解く方法、すなわち**数値相対論的手法**を採用す

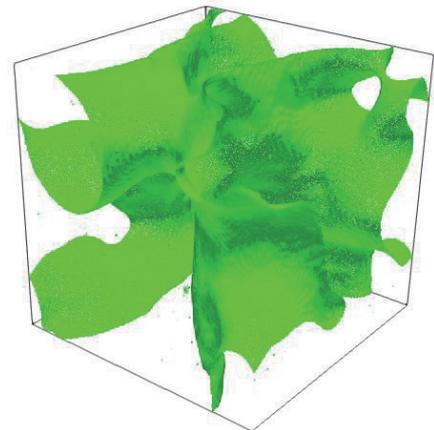


図1 ドメインウォールのネットワーク

る。

さらに、ブラックホール近傍は重力が極めて強くなっており、非常に高いエネルギーの局在が生じるため、そこでは高い分解能を必要とする。よって、本研究では各格子点における重力場の強さや物質場のエネルギー密度に依存して、格子間隔を細かく刻む**適合格子細分化法 (Adaptive Mesh Refinement 法、AMR 法)**を採用する (例えば[3]参照)。本研究では、格子点数 16^3 のブロックを基本単位とし、最大 9 レベルのメッシュ細分化を行った。各物理量の時間発展については 4 次の Runge-Kutta 法を採用し、空間微分は 4 次精度の差分法で近似した。メモリ容量に関する要請からシミュレーションには 256-512 の Vector Engine (VE) を用いた。以下、具体的な研究内容を記す。

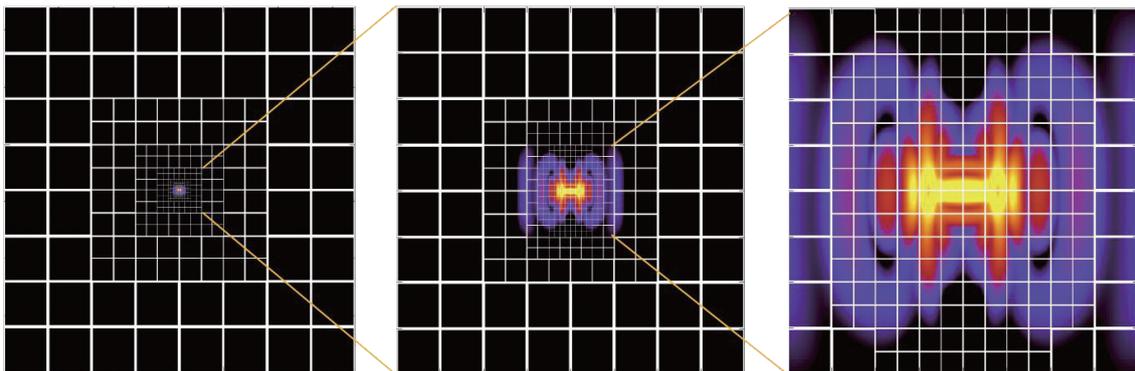


図 2 適合格子細分化法におけるメッシュ階層構造

1. ドメインウォールの崩壊によるブラックホール形成

ドメインウォールは、離散的対称性の破れに伴う面状の位相欠陥である (前頁図 1)。特に暗黒物質の候補である「アクシオン」の理論モデルなどから、宇宙初期におけるドメインウォール形成は自然に予言される。ドメインウォールのネットワークが宇宙初期に一旦形成されると、宇宙における地平線スケールの領域に 1 枚程度の (無限に長い) ウォールが常に存在するように発展する (スケーリング則)。しかし、稀に空間的に閉じた構造を持つドメインウォールが形成される。このようなウォールは自身の表面張力により収縮し、最終的に崩壊する。この閉じたウォールが初期値として十分大きなエネルギーを持ち、球対称に近い状況が実現されると、崩壊の最終段階でブラックホールが形成される。このようなシナリオはこれまで解析的、数値的に議論されてきたが、理論を明確に裏付ける数値解析や、球対称からの逸脱がある場合のシミュレーションは詳細に行われていなかった。本研究では、非球対称崩壊の場合も含めて、理論的、あるいは平坦時空中におけるシミュレーションによって示されたブラックホール形成条件を曲がった時空中におけるシミュレーションによって検証した。

1.1 方法

本研究はドメインウォール形成を実現する素粒子の理論モデルとして実スカラー場の Z_2 対称モデルに焦点を当てる。スカラー場の時間発展を記述する Klein-Gordon 方程式に加え、時空の幾何学量の発展を支配する Einstein 方程式を同時に解く数値相対論的手法を採用し、AMR 法におけるメッシュ細分化の基準はスカラー場のエネルギー密度および空間的超曲面上における計量の conformal factor に選ぶ。conformal factor および lapse function が極端に小さくなる場所でブラックホール形成が起こると推測し、ブラックホール形成の有無は Apparent horizon finder という手法で確認する。このような計算を、球対称に閉じたドメインウォールにおいて、様々なドメインウォール張力および初期半径で行い、これらのパラメータに対しブラックホール形成条件を明らかにする。また、非球対称の初期条件での計算も行い、球対称からずれた場合でもブラックホール形成が実現されるかどうかを明らかにする。

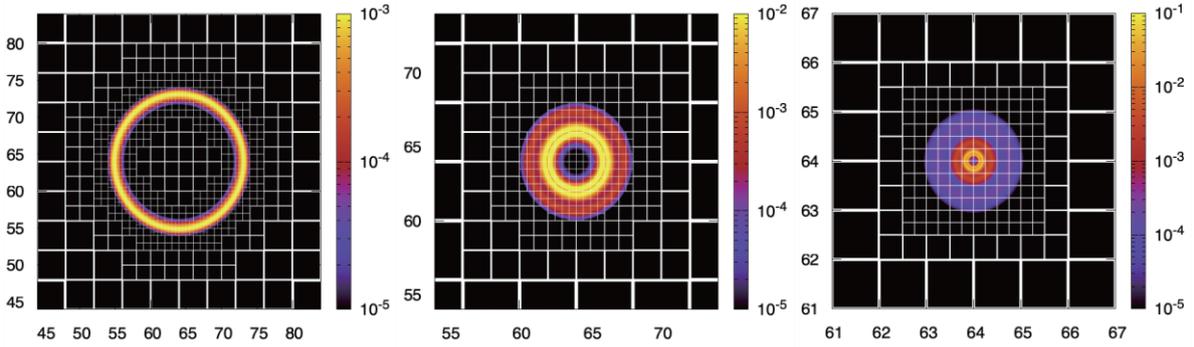


図3 球対称ドメインウォール崩壊（左から右へ時間発展）

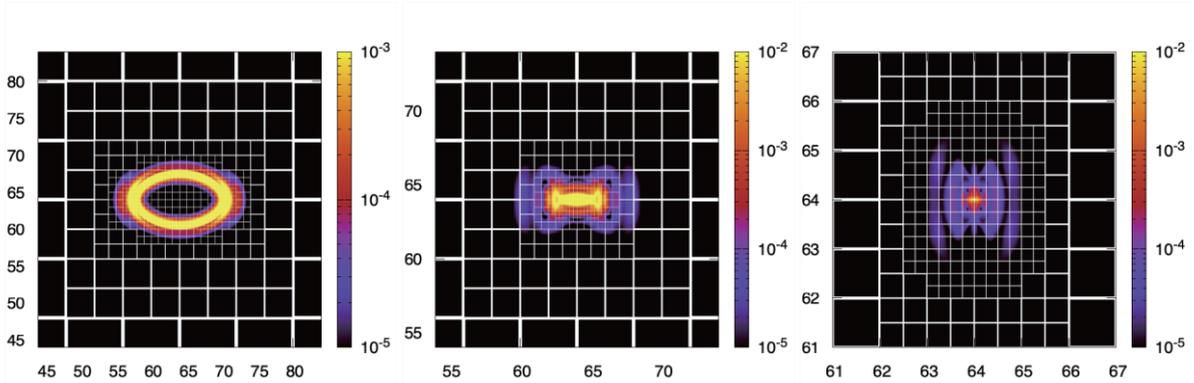


図4 非球対称ドメインウォール崩壊（左から右へ時間発展）

1.2 結果

球対称ドメインウォール崩壊に関する数値計算の結果として得られたスナップショット（3次元空間における2次元断面）を図3に示す（[1]より抜粋）。最終時刻（右図）において、中心にブラックホールが形成されていることが Apparent horizon finder から確認されている。さらに、非球対称の初期条件から始めたシミュレーションの結果を図4に示す（[1]より抜粋）。図のように極端に球対称からずれている場合でもブラックホールが形成されることを明らかにした。

図5は様々な理論のパラメータ（縦軸：ドメインウォール張力、横軸：ドメインウォール初期半径）で計算した結果としてのブラックホール形成の有無（青丸：形成、マゼンタ星印：非形成）を示す（[1]より抜粋）。図の赤線は先行研究における解析的議論[4]から導かれた曲線である。本研究における詳細な数値解析により、解析的に導出されたブラックホール形成条件を検証することに成功した。また、初期エネルギーの80%以上がブラックホールの質量に転換されることを明らかにした。

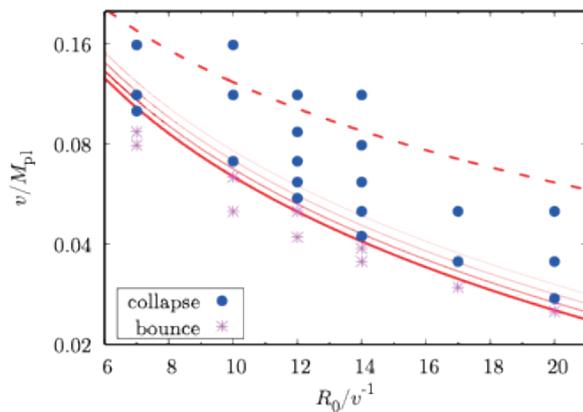


図5 ブラックホール形成の有無。青丸は形成、マゼンタ星印は非形成、赤線は理論予言

2. まとめと展望

本研究では、数値相対論の手法を用いて、宇宙初期に形成されるドメインウォールと呼ばれる構造がブラックホールに崩壊することを明らかにした。特に、閉じたドメインウォールを想定し、球対称および非球対称な初期条件でシミュレーションを行い、様々なパラメータでブラックホール形成の有無を調べた。結果として、先行研究で解析的に示された理論予言を検証することに成功し、ブラックホール形成条件を明らかにした。さらに、非球対称な初期条件におけるドメインウォールの場合もブラックホールが形成されることも明らかにした。

本研究では、簡単のため、物質場としてドメインウォールを構成するスカラー場のみでとした。これはあまり現実的ではなく、実際は宇宙膨張を支配する輻射あるいは物質（ダスト）が背景に存在している。よって、より現実的なセットアップでシミュレーションを行うためには、スカラー場と輻射（あるいは物質）流体の2成分を考える必要がある。このような現実的なセットアップで計算することで、原始ブラックホール残存量の詳細な算出が可能となる。今後は、より現実的なセットアップで閉じたドメインウォールの形成確率と、ドメインウォール崩壊によって形成される原始ブラックホールの質量・スピンを正確に計算し、自発的対称性の破れの結果としてドメインウォール形成を伴う初期宇宙シナリオが原始ブラックホール探索により検証されるかを明らかにする。また、本研究では、個々の閉じたウォールにのみ着目していたが、図1が示すようなドメインウォールのネットワークからブラックホールが形成される可能性を追求することも重要である。この場合、計算量がかなり増えるが、AOBAの性能を最大限引き出すようなチューニングを行うことで可能になると考えている。

さらに本研究では位相欠陥としてドメインウォールのみを考えたが、宇宙ひもの崩壊によるブラックホール形成も非常に興味深いテーマである。宇宙ひものはドメインウォールのような宇宙論的問題を引き起こすことなく宇宙に安定に存在できる位相欠陥である。宇宙ひものループは絶えずネットワークから生成されていて重力波を放射することが示されている。宇宙ひものは重力波観測の主なターゲットとなっていることから、数値相対論を駆使して、宇宙ひものループの崩壊によるブラックホール形成や重力波生成を解析することは非常に重要であると考えている。数値相対論を用いて初期宇宙をシミュレートする研究はまだ発展途上であり、開拓の余地がかなり多く残されている。ここで紹介した研究を足掛かりにして、今後もAOBAを用いて継続的に成果を出したいと考えている。

謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用することで実現することができた。また、研究にあたっては同センター関係各位に有益なご指導とご協力をいただいた。

参考文献

- [1] N. Kitajima, “PBH formation from collapsing domain wall”, arXiv:2510.22759
- [2] N. Kitajima, J. Lee, K. Murai, F. Takahashi, W. Yin, “Gravitational waves from domain wall collapse, and application to nanohertz signals with QCD-coupled axions”, Phys. Lett. B 851, 138586 (2023)
- [3] J. M. Stone, K. Tomida, C. J. White, K. G. Felker. “The Athena++ Adaptive Mesh Refinement Framework: Design and Magnetohydrodynamic Solvers”, The Astrophysical Journal Supplement Series, 249, 1, 4 (2020)
- [4] D. I. Dunskey, M. Kongsore, “Primordial black holes from axion domain wall collapse”, JHEP 06 (2024) 198