

[共同研究成果]

宇宙初期における位相欠陥の格子シミュレーション

— ドメインウォール・宇宙ひもの形成と進化 —

北嶋 直弥

東北大学 学際科学フロンティア研究所

— 概要 —

本稿は筆者らが東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータ AOBa を用いて行なった研究[1, 2]のレビューである。これらの研究では、「宇宙創生の謎の解明」という自然科学における究極の目的に迫るため、素粒子物理学の理論モデルから予言される初期宇宙進化のシナリオに焦点を当てる。特に、宇宙初期における自発的対称性の破れに伴い形成される「位相欠陥」という特異な構造に着目し、その進化の過程について、スーパーコンピュータによる大規模シミュレーションを用いて解析する。特に、「ドメインウォール・宇宙ひも」といった位相欠陥に焦点を当て、これらの進化の過程における重力波生成や暗黒物質生成について解析し、初期宇宙の理論モデルが観測により検証可能かどうかを議論する。

宇宙創生の謎と物質の起源を解明することは自然科学における究極の目的の一つとされている。特に、我々の宇宙は「**暗黒物質**」と呼ばれる正体不明の物質で満たされていることが観測によって明らかにされており、その正体を解き明かすことは、初期宇宙の進化の歴史を紐解き、素粒子物理学の究極理論を完成させるために必要不可欠である。

この謎の解明に繋がりうる素粒子物理学の理論モデルや、それに基づく初期宇宙進化の理論モデルがこれまで多く提案されてきたが、正しい理論モデルの選別には、実験や観測による検証が不可欠である。加速器実験に代表される素粒子実験に基づく直接的検証は有力な手段であるが、地上実験では到達が難しい、極めて高いエネルギースケールでの理論モデルの検証においては、初期宇宙における進化の痕跡を精密宇宙観測によって捉える間接的検証が有効である。

特に、時空の歪みの伝播である**重力波**は、その強度・スペクトルなどに放出時の情報が刻まれていることから、初期宇宙観測の有力なターゲットとなりうる。故に、理論モデルに基づく初期宇宙進化の過程で、重力波がどのようにして放出されるかを高精度で算出することが求められる。

本稿で紹介する我々の研究[1, 2]では、初期宇宙において重力波を放出しうる理論モデルとして、**位相欠陥**と呼ばれる特異な構造が形成されるシナリオに着目した。位相欠陥の代表例である**ドメインウォール**、**宇宙ひも** (図 1, 2) は、その進化の過程で高強度の重力波を放出することが指摘されており、重力波観測の主要なターゲットとなりうる。

膨張宇宙における位相欠陥の進化は一般に非線形かつ非平衡過程であるため、そのダイナミクスの解析には数値シミュレーションが必要不可欠である。本研究では、対象とする空

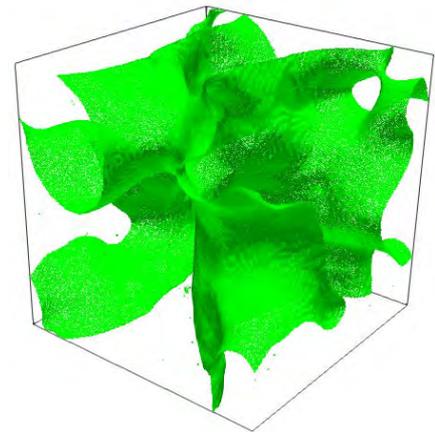


図1 ドメインウォールのネットワーク

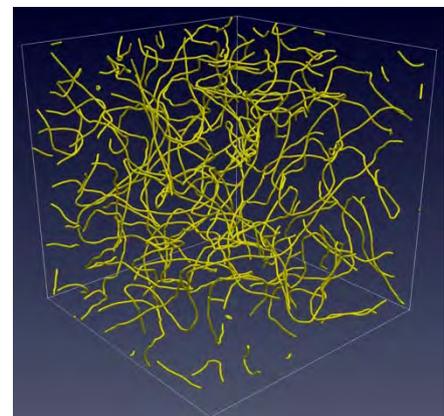


図2 宇宙ひものネットワーク

間を離散格子に分割し、各々の格子点上で各物理量の時間発展を解く方法を採用する。しかし、宇宙膨張の影響により、格子間隔の物理的長さが時間と共に増大する一方で、理論モデルのパラメータで決まるドメインウォール・宇宙ひも特有の物理的スケール（厚さ・幅など）は不変に保たれる。すなわち、シミュレーションの解像度が時間とともに悪化するため、ドメインウォール・宇宙ひもの物理を正確に追うことができる時間は制限される。つまり、十分長い時間、これらのダイナミクスを追うためには高解像度かつ大規模なシミュレーションを必要とする。我々の研究では、最大 4096³ の格子点数でシミュレーションを行い、ドメインウォール・宇宙ひものダイナミクスを長時間に渡り解析した。メモリ容量に関する要請からシミュレーションには 256-512 の Vector Engine (VE) を用いた。以下、具体的な研究内容を記す。

1. ドメインウォールの崩壊による重力波生成

ドメインウォールは、離散的対称性の破れに伴う面状の位相欠陥である（前頁図 1）。特に暗黒物質の候補である「アクシオン」の理論モデルなどから、宇宙初期におけるドメインウォール形成は自然に予言される。ドメインウォールのネットワークが宇宙初期に一旦形成されると、宇宙における地平線スケールの領域に 1 枚程度の（無限に長い）ウォールが常に存在するように発展する（スケーリング則）。しかし、これらは宇宙における他の構成要素（輻射や物質など）に対して支配的な成分となってしまうため、観測と矛盾する（ドメインウォール問題）。よって、宇宙初期に形成されたドメインウォールのネットワークは、現在までに消失しているか、観測に抵触しない程度の小さなエネルギーを持っていなければならない。我々の研究では前者、つまりドメインウォールのネットワークが宇宙初期に崩壊するシナリオに焦点を当てる。

この場合、ドメインウォールの崩壊過程において、高強度の重力波が生成されることが先行研究により指摘されている [3]。我々の研究 [1] では、ドメインウォールのダイナミクスについて、世界最先端レベルの高解像度シミュレーションを行うことで、その崩壊過程により生成される詳細な重力波スペクトルを算出した。尚、ドメインウォールの崩壊過程を含めて重力波生成を解析したシミュレーションは世界初である。

1.1 方法

本研究はドメインウォール形成を予言する理論モデルとして実スカラー場の Z₂ 対称モデルに焦点を当てる。スカラー場の時間発展を記述する Klein-Gordon 方程式に加え、スカラー場により放出される重力波の進化を同時に解いた。重力波は、平坦な背景時空（膨張する一様等方宇宙）の上に存在する微小な時空の歪みとして摂動的に扱い、発展方程式はアインシュタイン方程式の一次摂動展開で与えられる。これらの時間発展に関する方程式系を 2 次の Leap-frog 法により解き、最終的に得られる重力波の強度スペクトルを算出する。

1.2 結果

数値計算の結果として得られた重力波スペクトルを図 3 に示す（[1] より抜粋）。QCD アクシオンモデルを想定すると、放出される重力波の周波数は図の横軸が示す通り nano Hz 程度となる。これはパルサータイミング実験で検出が可能な周波数帯である。図中の縦に伸びる帯は NANOGrav グループらによる観測データである。すなわち、本研究により重力波の詳細なスペクトルを算出することに成功し、パルサータイミングの観測データをドメインウォール起源の背景重力波で説明可能であることを示した。

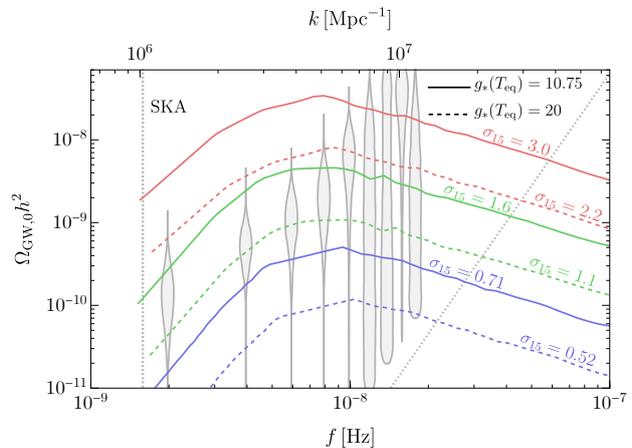


図 3 重力波のスペクトル

2. 宇宙ひもによる暗黒物質生成・重力波生成

宇宙ひもは、U(1)対称性の自発的破れに伴うひも状の位相欠陥（前々頁図2）である。宇宙ひものネットワークに関する進化もドメインウォールの場合と同様、スケーリング則に従うことがこれまでの研究で明らかにされている。すなわち、宇宙における地平線スケールの領域に数本の（無限に長い）宇宙ひもが存在する。宇宙ひもの場合にはドメインウォールの場合と異なり、宇宙論的問題を引き起こすことなく、ネットワークが安定に存在することが許される。

無限に長い宇宙ひもネットワークは、宇宙ひも同士の衝突による「組み替え」という過程により、宇宙ひものループを絶え間なく生成している。宇宙のループは、重力波を生成し、エネルギーを失いながら徐々に収縮し、最終的に崩壊する。放出される重力波の周波数は宇宙ひものループの大きさで決まり、一方で宇宙膨張に伴い、様々な大きさのループが常に生み出されることから、スケール不変なスペクトルを持つ背景重力波が予言される。このような顕著な特徴を持つ宇宙ひも起源の重力波は、次世代重力波観測の主なターゲットの一つと見なされている。

宇宙ひもは暗黒物質の生成に寄与することも知られている。特にアクシオンと呼ばれる暗黒物質の候補が、アクシオンストリングと呼ばれる宇宙ひもから非熱的に生成されることが知られている。我々の研究では、ダークフォトンと呼ばれる暗黒物質の候補に着目し、宇宙ひもからの生成を議論した。この可能性については、先行研究[4]により解析的に議論されていたが、我々の研究[2]では精緻なシミュレーションを行い、暗黒物質生成量、スペクトル、重力波生成の詳細を議論した。尚、宇宙ひもによるダークフォトン生成に関するシミュレーションは本研究が世界初である。

2.1 方法

本研究ではU(1)ゲージ対称性に基づく理論の枠組みにおいて、複素スカラー場とゲージ場の相互作用系を考える (Abelian-Higgs モデル)。ゲージ対称性を離散化された格子上で厳密に課す定式化 (格子ゲージ理論に基づく定式化) を採用し、ドメインウォールの場合と同様に、空間・時間ともに2次精度の差分法を採用する。結果として、宇宙ひもから放出された暗黒物質の存在量、および、密度に関するスペクトルを算出する。今回の宇宙ひもの解析については、数値計算に重力波の発展は含めず、重力波スペクトルの算出には従来の解析式を採用する。

2.2 結果

図4 ([2]より抜粋) はダークフォトンの生成数に関する時間発展を表す。図の青線が示す通り、宇宙ひもによるダークフォトン生成がシミュレーション結果から確認された。また、理論的に期待されるタイミングで生成が止まることも確認された。図5 ([2]より抜粋) は生成されたダークフォトンのスペクトル、すなわち運動量分布を表す。青線が示す通り、後の方に生成された、小さな運動量を持つダークフォトンが支配的となることがわかった。このスペクトルにより、最終的な暗黒物質 (ダークフォトン) の残存量を計算することが可能となり、暗黒物

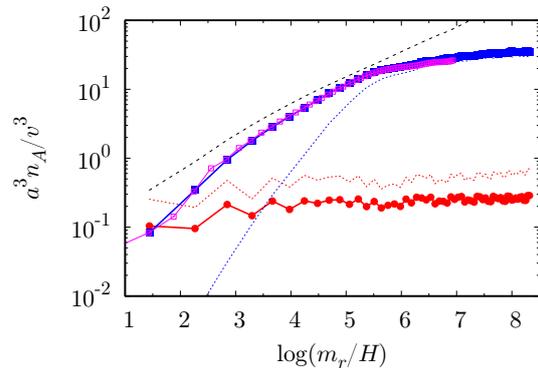


図4 ダークフォトン生成の時間進化

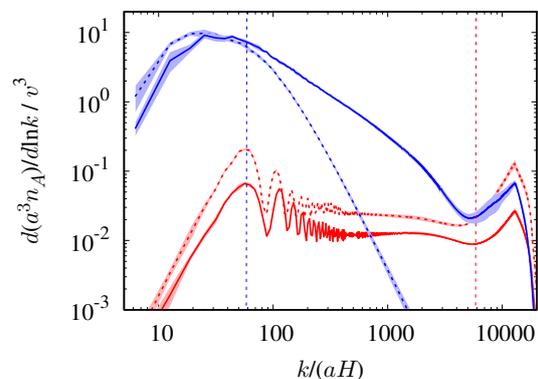


図5 ダークフォトンのスペクトル

質の質量と、対称性の破れのエネルギースケールに関する示唆が得られた。図 6 ([2] より抜粋) はこのシナリオにおいて予言される重力波スペクトルである。算出されたスペクトルは、従来の Abelian-Higgs モデル、およびアクシオンストリングによる予言と質的に異なるものであることを明らかにした。特に、このシナリオは将来の多波長重力波観測（パルサータイミング、宇宙重力波観測、地上重力波観測）により検証可能であることが示された。

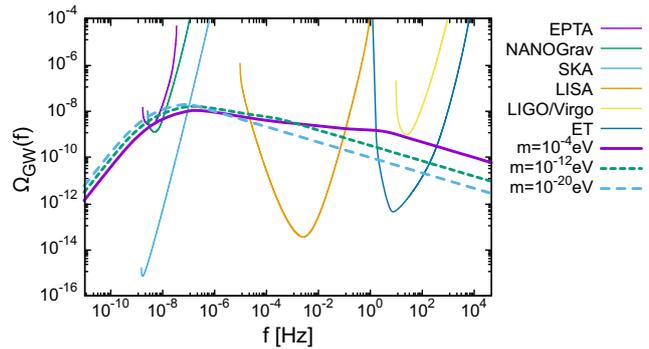


図 6 重力波のスペクトル

3. まとめと展望

本研究では、離散格子空間により、初期の宇宙をコンピュータ上で再現し、宇宙初期における自発的対称性の破れに伴う位相欠陥（ドメインウォール・宇宙ひも）の進化を数値的に解析した。ドメインウォールにおいては、その崩壊過程を詳細に解析し、詳細な重力波スペクトルを算出した。特に、ドメインウォールの起源が QCD アクシオンモデルと呼ばれる理論モデルと関連している場合、nano Hz の周波数帯で背景重力波が存在することが予言され、重力波のパルサータイミング観測によって検証可能であることが示された。宇宙ひもに関しては、ダークフォトンと呼ばれる暗黒物質の候補粒子を放出するシナリオに着目し、その生成過程の詳細をシミュレーションにより算出した。結果は先行研究の理論的解析を裏付けるものであり、シミュレーションにより理論モデルに含まれるパラメータのキャリブレーションを行うことで暗黒物質残存量の詳細を算出することが可能となった。また、従来の宇宙ひもモデル（Abelian-Higgs モデル、アクシオンストリングモデル）とは質的に異なる重力波スペクトルが予言されることも示し、将来の多波長重力波観測における検証可能性も示された。これらの研究は、現時点における世界最大級の規模である格子点数 4096³で行われ、AOBA スーパーコンピュータが世界的な成果を出せるマシンであることを実証した。

本研究で行なったシミュレーションでは、平坦な背景時空を仮定し、その上で、重力波を摂動的に扱った。これは、注目しているエネルギースケールが低く、重力場が弱いという前提に基づいている。しかし、本来、重力波の計算は一般相対論的枠組みで行われる。特に、高いエネルギースケールに着目すると、曲がった時空の影響は顕著になる。そこで現在、筆者は一般相対論に基づくシミュレーション（数値相対論）を開発・実行している。一般相対論的効果を含めると、宇宙初期における**原始ブラックホール形成**に関するシミュレーションが可能となる。また、宇宙ひものループによる重力波生成に関する詳細な数値解析も可能となる。特に、ドメインウォール・宇宙ひもからのブラックホール形成については、理論的な議論がこれまでなされてきているが、シミュレーションによる数値実験は未開拓である。原始ブラックホール探索に関わる観測も盛んに行われているため、シミュレーションによる原始ブラックホール残存量の正確な見積もりは今後の課題であると言える。最終的には、筆者は数値相対論と初期宇宙論の融合を目論んでいる。しかし、数値相対論は、個々の天体の進化に主に適用されてきた経緯を持つ一方で、初期宇宙論は宇宙の大域的な進化に焦点を当てている。故にこの二つの融合は極めて挑戦的であるが、後述の AMR と呼ばれる手法を初期宇宙論のシミュレーション分野において発展させることで、実現可能であると考えている。

今回の我々の研究（および位相欠陥に関する従来のほぼ全ての研究）では一様な格子空間で行われた。しかし図 1, 2 が示す通り、ドメインウォールや宇宙ひもは空間に局在した構造となっており、これらが存在しない領域では高い解像度は必要としない。よって、興味ある対象が存在している小領域でのみ格子間隔を細かく刻む方法である「**適合格子細分化法 (Adaptive mesh**

refinement, AMR)」が有効であることが容易に想像できる。この手法は流体力学の分野で発展を続け、磁気流体力学を必要とする宇宙物理学や、数値相対論におけるブラックホールの進化の解析に欠かせない手法となっている。初期宇宙シミュレーションへの応用としては、アクシオンストリングの解析[5]において最近注目を集めているが、この分野では未開拓であると言える。そこで、筆者は、前述の数値相対論の実装と並行して、初期宇宙シミュレーションにおける AMR の実装を現在行なっている。成功すれば、位相欠陥の進化を追う上で、解像度が時間と共に悪化していく問題（前述）に対処することが可能となる。数値相対論と AMR は初期宇宙シミュレーションの新時代を切り拓く強力なツールになると筆者は考えている。

謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用することで実現することができた。また、研究にあたっては同センター関係各位に有益なご指導とご協力をいただいた。

参考文献

- [1] N. Kitajima, J. Lee, K. Murai, F. Takahashi, W. Yin, “Gravitational waves from domain wall collapse, and application to nanohertz signals with QCD-coupled axions”, *Phys. Lett. B* 851, 138586 (2023)
- [2] N. Kitajima, K. Nakayama, “Dark photon dark matter from cosmic strings and gravitational wave background”, *JHEP* 08,068 (2023)
- [3] T. Hiramatsu, M. Kawasaki, K. Saikawa, “On the estimation of gravitational wave spectrum from cosmic domain walls”, *JCAP*, 02, 031 (2013)
- [4] A. J. Long, L. T. Wang, “Dark photon dark matter form a network of cosmic strings”, *Phys. Rev. D* 99, 6, 063529 (2019)
- [5] M. Buschmann, J. W. Foster, A. Hook, A. Peterson, D. E. Wilcox, W. Zhang, B. R. Safdi., “Dark matter from axion strings with adaptive mesh refinement”, *Nat. Commun.* 13, 1. 1049 (2022)