

[ 共同研究成果 ]

# 後退平板境界層における横流れ渦と主流乱れの相互作用による 乱流遷移の直接数値解析

中川 皓介<sup>1</sup>・塚原 隆裕<sup>2</sup>

1: 東京理科大学大学院 創域理工学研究科 機械航空宇宙工学専攻

2: 東京理科大学 創域理工学部 機械航空宇宙工学科

航空機の巡航速度高速化に伴って後退翼が標準採用されるようになり、衝撃波を抑制することで性能向上が図られてきた。しかし、後退翼面上では主流方向と圧力勾配方向の違いから流れ場は3次元境界層を形成し、横流れ不安定を引き起こす。この横流れ不安定は翼前縁近傍での乱流遷移を促し、乱流摩擦抵抗が増加することで、結果的に燃費性能の悪化に繋がる。横流れ不安定による乱流遷移現象の解明及び制御は、航空機開発に関わる流体力学の課題の1つである。私共は、直接数値解析を用いて主流乱れと壁面粗さによる各変動の相互作用による乱流遷移過程を調査している。本報では、既報の原著論文から抜粋して、メカニズム解明の進んだ横流れ渦と主流乱れの相互作用について概説する。ここでは、短波長主流乱れは強制遷移を促進する一方、長波長主流乱れは粗さ要素近傍の強い変動を抑制し、強制遷移を抑えることが明らかとなった。

## 1. 序論

航空分野における研究開発は今日まで飛躍的な進歩を遂げている。その中で流体力学分野に着目すると、翼面上の流れが層流から乱流へ遷移するメカニズムの解明及び制御、遷移位置の予測などに対して注力されている<sup>[1]</sup>。なぜならば航空機における流動抵抗は壁面摩擦が多くを占め、さらに乱流の摩擦抵抗は層流の数倍以上（または桁違いに）大きくなるためである。層流—乱流遷移位置の正確な把握や予測は、摩擦抵抗の定量的評価に直結しており、航空機設計において重要な指針となる。乱流遷移機構の解明を目指すにあたって、その研究方法は実機による飛行試験、縮小モデルなどによる風洞試験、シミュレーションによる数値計算が挙げられる。実機による飛行試験は理想的な手段であるが、費用面や安全面から多くの場合は風洞試験や数値計算によって性能評価が事前に行われる。しかし、一般的な風洞試験では $Re/Ma$ （レイノルズ数/マッハ数）が実機に比べて低くなり、乱流化が過小評価される場合がある。そこで孤立円柱を粗さ要素とした粗面によって乱流化を誘発したうえで風洞試験が行われる。また粗さには渦を故意に誘起させ、その乱流遷移過程を調査する目的でも使用され<sup>[2-4]</sup>、孤立粗さ要素は典型的試験方法の1つである。

また実験における環境、特に風洞試験機にはその性質上、主流乱れと呼ばれる非定常の攪乱を主流に含む。この主流乱れは、低強度ながら飛行環境でも観察される。主流乱れは翼面上や試験部分の流れ場に影響を与えることで乱流遷移過程を変化させることが明らかになっている<sup>[2,5]</sup>。また実試験において主流乱れは主に主流速度に対する変動速度の割合で評価されるのが一般的である<sup>[2,4]</sup>。これは熱線流速計などの計測機器で主流方向速度を計測することは容易であるが、3次元計測は技術、費用及び必要性の観点から実施されない場合がある。そのため実験を通して主流乱れが与える影響を実験的研究から議論する際には乱れ強さのみで議論が行われる<sup>[2]</sup>ことが多く、主流乱れを形成する変動の時空間分布や多方向の変動による影響を加味した議論は乏しい。そこで本研究では直接数値計算において円柱粗さと主流乱れを模擬した解析を行うことで、風洞試験時や定常飛行時においても外的要因によって時々刻々と変化する主流乱れのパラメータを一定に制御し、流れ場の影響及び乱流遷移への影響を評価する。

航空機の翼についても、航空分野の発展に伴い様々な翼平面形が考案、研究そして開発されて

きた．その中で本研究が対象とするのは後退翼である．後退翼採用の背景には航空機の性能向上に伴い巡航速度が高速化するにつれて，翼面上の負圧面で加速された流体が音速に近づき衝撃波が生じる点について問題となったことが契機である．衝撃波は揚力の低下や翼面上の流れ場の変化をもたらす，本来の性能を低下させる抵抗増大に繋がる．その衝撃波抑制を目的として，機体に対して主翼を後方に傾けた後退角を有する後退翼が開発され採用されるようになった．しかし，後退翼は主流方向に対して傾いた圧力勾配を有することになり，後退翼面上の流れ場はいわゆる捻れた3次元境界層（図1）を形成することになる<sup>[1]</sup>．この特徴的な境界層内で生じる後退翼特有の流体現象が横流れ不安定である．横流れ不安定は後退翼前縁で支配的であり乱流遷移をもたらす<sup>[6]</sup>．また横流れ不安定は薄い境界層中で生じ，壁面の僅かな粗さや主流乱れに対しても敏感に反応すると明らかになっている．そこで本研究の意義として，直接数値解析によって主流乱れと壁面粗さによってもたらされる変動の相互作用による乱流遷移過程を調査し，乱流遷移過程の解明を目指すものである．

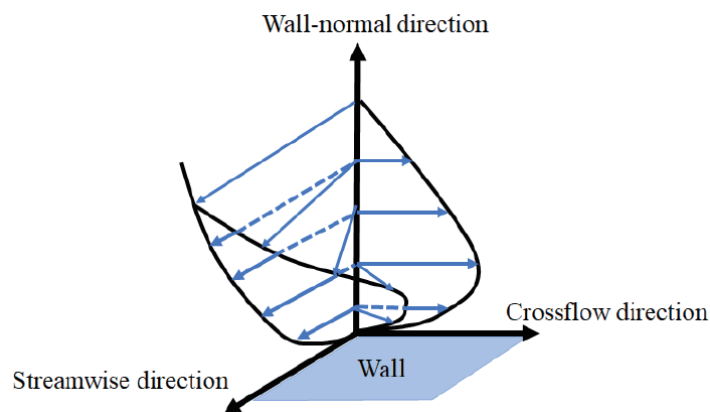


図1 後退平板境界層模式図

## 2. 計算手法

本研究の解析対象は，横流れ不安定が支配的である後退翼前縁の流れ場を平板で模擬した後退平板と呼ばれる系である．後退平板上の基本流を再現するため，Falkner–Skan–Cooke(FSC)相似解を採用した．解析対象を図2に示す．本研究ではコード（翼弦）方向を  $x$ ，スパン方向を  $y$ ，壁面垂直方向を  $z$  としている．FSC 相似解を基本流として，その乱流遷移過程を直接数値解析（DNS: direct numerical simulation）で調査する．

流体の速度と圧力に関する支配方程式は，非圧縮性の連続の式と Navier-Stokes 方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2)$$

である．空間的離散化にはコード方向とスパン方向に4次精度中心差分，壁面垂直方向に2次精度中心差分を用いている．境界条件は，流入境界にFSC相似解，流出条件に対流流出，壁面に滑り無し条件，そして壁面垂直方向遠方にFSC相似解としている．数値安定のため，流出境界には流れ場の速度を基本流であるFSC相似解に漸近させるFRINGE領域（厚さを  $L_f$  とする）を設けている（図2）．計算条件を表1に記す．式(2)および表1におけるレイノルズ数は流入部遠方コード方向速度  $U_0$  及び流入部排除厚さ  $\delta_0^*$  で定義され，本研究における全ての計算条件に関して統一されている．また， $U_0$  及び  $\delta_0^*$  は無次元化にも用いる． $m, \varphi_0$  はそれぞれFSC相似解における加速係数と流入部の流線曲がり角であり，先行研究<sup>[7-9]</sup>と一致している．表2に示す計算領域は，横流れ渦の遷移過程を捉えるため，横流れ渦の最不安定波長と一致している．

表 1 計算条件

Domain	$Re$	$m$	$\varphi_0$	$L_{fx} \times L_{fz}$	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$
Short	337.9	0.34207	55.3°	$40\delta_0^* \times 4\delta_0^*$	$200\delta_0^* \times 25.14\delta_0^* \times 27\delta_0^*$	1024×128×128
Long	337.9	0.34207	55.3°	$40\delta_0^* \times 4\delta_0^*$	$400\delta_0^* \times 25.14\delta_0^* \times 27\delta_0^*$	2048×128×128

表 2 円柱粗さ高さ及び粗さレイノルズ数

$k_z/\delta_0^*$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1
$Re_{kk}$	342	401	491	538	583	666	717	810	867	967	1030

表 3 初期攪乱計算条件

$Tu$	$\lambda_{\max}/\delta_0^*$	$L_{dx} \times L_{dy} \times L_{dz}$	$N_{dx} \times N_{dy} \times N_{dz}$
0.01%–0.5%	5.0–25.14	$80\delta_0^* \times 25.14\delta_0^* \times 27\delta_0^*$	4096 × 128 × 128

後退平板上に模擬する円柱粗さは、埋め込み境界法を用いて仮想の体積力を付与することで DNS において再現する。円柱の直径は  $d/\delta_0^* = 6.0$ 、円柱中心の位置は  $x/\delta_0^* = 20.59$  である。ここで粗さのスパン方向間隔は  $\lambda/\delta_0^* = 25.14$  であるが、これは横流れ渦の最不安定波長と一致している<sup>[7, 8]</sup>。また、本研究では粗さ高さに関するパラメトリックスタディを行う。円柱粗さに関する条件を表 2 にまとめる。また先行研究<sup>[8, 9, 11]</sup>に倣って、円柱粗さ高さと円柱頂点位置における FSC 相似解の基本流  $u_k = (u_{FSC}^2(k_z) + v_{FSC}^2(k_z))^{0.5}$  をそれぞれ代表速度と代表長さにした粗さレイノルズ数  $Re_{kk} = k_z u_k / \nu$  を合わせて表記する。

主流乱れが乱流遷移に与える影響調査のため、本研究では主流乱れを模した攪乱を計算領域に流入させる。この手法は Watanabe and Maekawa<sup>[12]</sup>の研究を参考にした。この手法では

$$E(k) = k^4 \exp\left(-\frac{2k}{k_{\max}}\right) \quad (3)$$

に基づいて任意波数  $k_{\max}$  にピークを有するエネルギースペクトル分布を規定し、得られたスペクトル分布を波数空間から物理空間へ逆フーリエ変換を行うことで初期攪乱を得る。物理空間の攪乱の乱れ強さ  $Tu$  は、各方向の変動速度を用いて

$$Tu = \frac{1}{U_0} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\int \int \int (u'^2 + v'^2 + w'^2) dx dy dz}{L_{dx} L_{dy} L_{dz}}} \times 100\% \quad (4)$$

と定義する。一様かつ等方的な初期攪乱には、計算領域へ流入させる際に壁面滑り無し条件を満たすよう、FSC 相似解の速度プロファイルと一致した窓関数が適用される。主流乱れを模擬した初期攪乱に関する計算条件を表 3 に示す。また初期攪乱領域における格子数は表 1 に示した後退平板領域の条件と一致している。

本計算の実行には、主に東北大学サイバーサイエンスセンター所有のスーパーコンピュータ群 AOBA を利用した。ベクトル型スーパーコンピュータ SX-Aurora TSUBASA を用いて、MPI および OpenMP 並列による自作 Fortran コードを用いて DNS 及び Matlab によるデータ処理を実施している。本研究の解析条件の 1 つとして、格子数  $N_x \times N_y \times N_z = 2048 \times 128 \times 128$  で 10000 ステップ分の 1000 ステップ毎の 3 次元速度場出力を含むプログラム性能を表 4 に示す。検証における 10 回分の出力においても速度場の出力形式に依存して実行時間に差異が生じ、バイナリ形式での出力では実行時間の 10%削減に成功している。

表 4 プログラム性能と出力形式の比較.  
1000 ステップ毎の出力を含む 10000 ステップ分の計算時間.

	アスキー形式	バイナリ形式
実行時間 [sec]	5162.076	4626.460
CPU 時間 [sec]	20305.265	18143.728
GFlops 値 (real)	63.292	70.616
ベクトル演算率 [%]	90.520	90.956
メモリサイズ [GB]	44.842	44.873

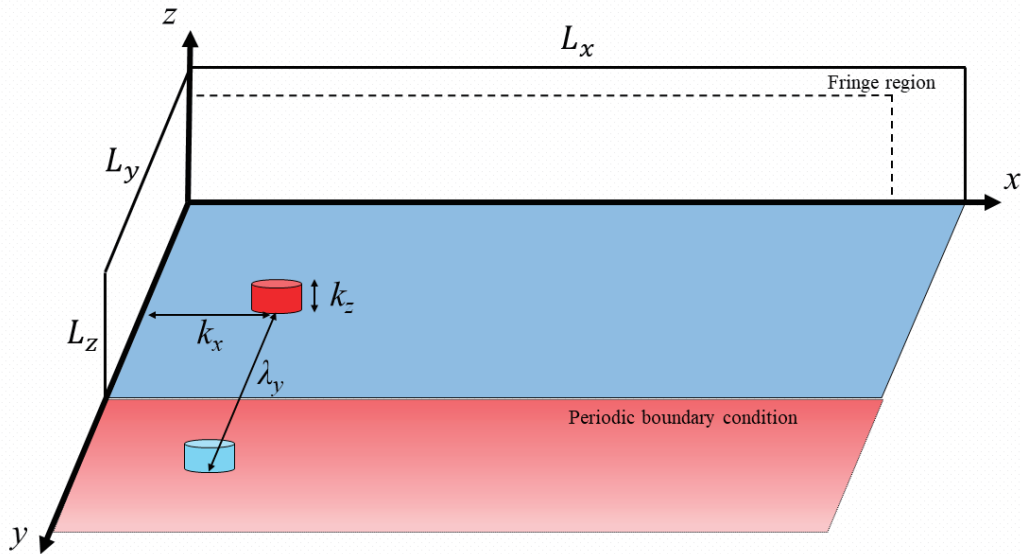


図 2 解析対象. 底面の青い部分が DNS 計算領域. 周期境界条件により,  $z$  方向に円柱粗さ要素 (高さ  $k_z$ ) が等間隔 (間隔  $\lambda_y$ ) に配列している.

### 3. 結果

本章の結果は既報の学術論文<sup>[10]</sup>に基づく概要である. 後退平板境界層乱流遷移過程における, 円柱粗さで誘起される定在波と主流乱れの相互作用による乱流遷移過程を示すにあたり, 先ず主流乱れのない条件における横流れ渦の乱流遷移過程を示す.

図 3 に統計量として壁面摩擦係数  $C_f$  のコード方向分布を示す. 粗さが高くなるにつれて摩擦係数は増加する. このとき流れ場には円柱後流に馬蹄渦を含む定在波が形成され, 下流にかけて成長し横流れ渦と呼ばれる後退平板で生じる特徴的な縦渦を形成する. 粗さ高さが  $k_z/\delta_0^* = 1.7$  では摩擦係数の断続的上昇が確認できる. このとき流れ場は乱流化しており,  $k_z/\delta_0^* \leq 1.6$  で生じる定在波は形成されない. このように摩擦係数分布の変化に基づいて遷移過程を 2 種類に大別することができ, 定在波及び横流れ渦が形成されず乱流遷移する過程を「強制遷移」と呼称する. そして円柱回りの定在波が横流れ渦を形成し, やがて乱流遷移する過程は, 段階を踏む遷移過程であるので「段階遷移」と呼称する. この 2 種類の遷移形態からそれぞれ代表して,  $k_z/\delta_0^* = 1.7$  と  $k_z/\delta_0^* = 1.3$  の粗さ高さ条件における流れ場の可視化を図 4 に示す. 図 4(a)は強制遷移の流れ場であり, 円柱を起点にヘアピン渦が形成されている. 先行研究においても同様に, 高い円柱粗さ高さによって, 円柱背後の定在波にヘアピン渦が生じることが報告されており, ヘアピン渦による定在波破壊と乱流遷移が強制遷移の特徴である<sup>[8, 11]</sup>. 一方で段階遷移の流れ場を示した図 4(b)では, 円柱の周りに生じた渦構造が下流にかけて成長し, やがて一次構造としての横流れ渦を形成する乱流

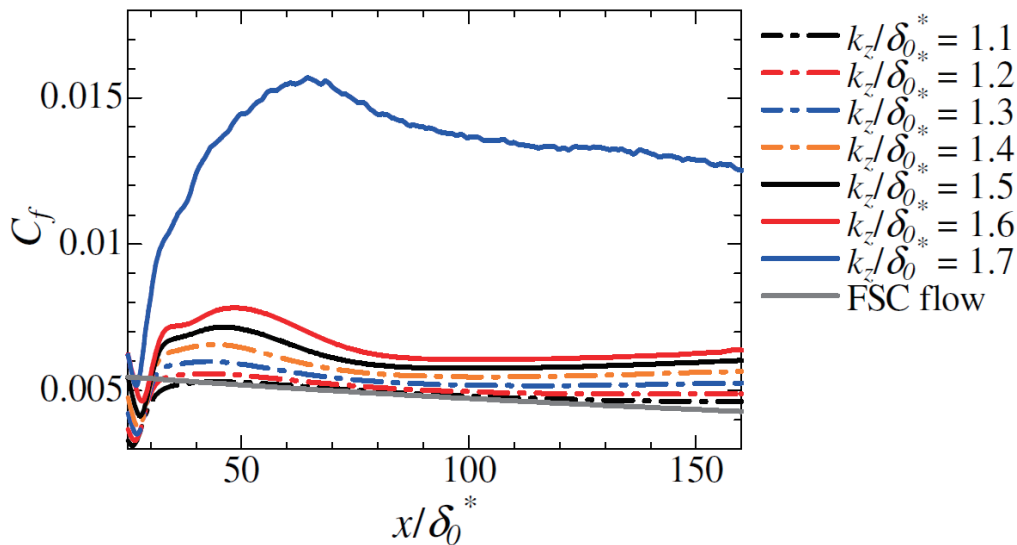


図 3 主流乱れのない条件  $Tu = 0\%$ における摩擦係数分布の粗さ高さ依存性. 灰色線は FSC 相似則 (層流). [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]

遷移の段階が可視化される. 形成された横流れ渦は  $x/\delta_0^* = 200$  付近で, 二次的な構造の発生と, それによる一次構造の崩壊が開始される. この二次渦構造の拡大図では, 一次構造である横流れ渦に指がかかるような渦構造であることが分かる. この視覚的特徴から二次渦構造は **finger(-like) vortex** と呼称されている<sup>[8, 13-15]</sup>. 遷移過程の種類が変わる条件を臨界粗さレイノルズ数と呼び, その値は表 2 から  $Re_{kk} = 666-717$  である.

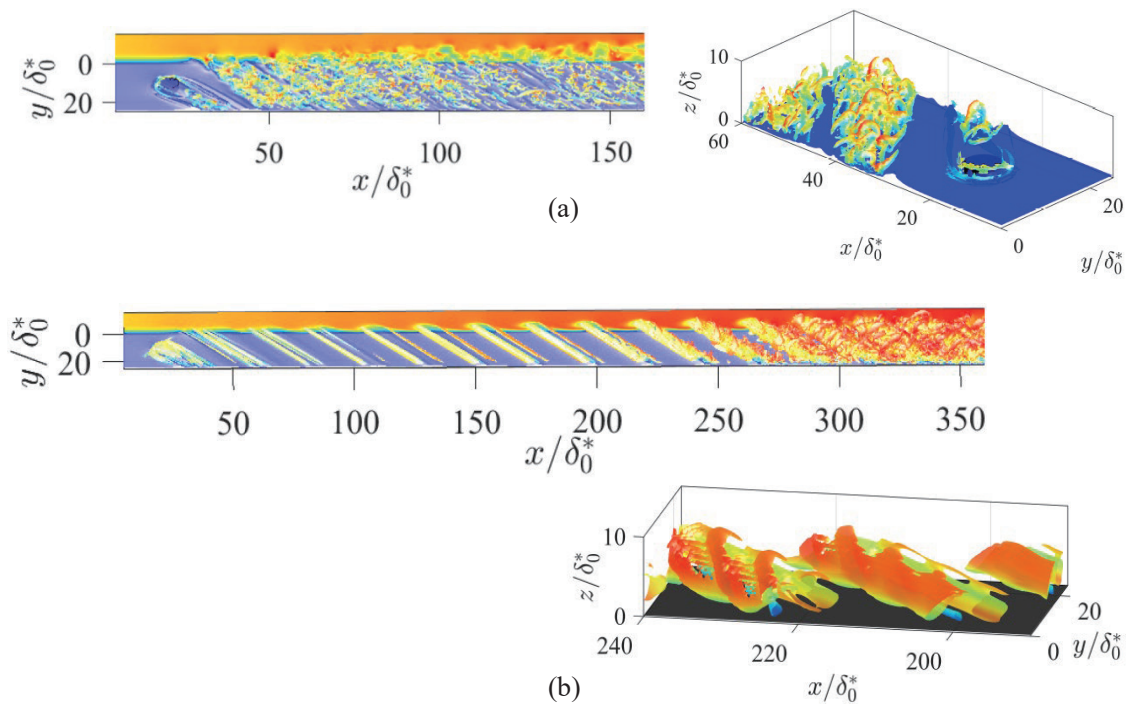


図 4 流れ場の 3 次元可視化. (a) 強制遷移, (b) 段階遷移. 等値面は Q 値の等値面 (コード方向速度による色づけで, 赤いほど高速を示す) と低速領域  $u/U_0 = 0.3$  の等値面 (青). [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]

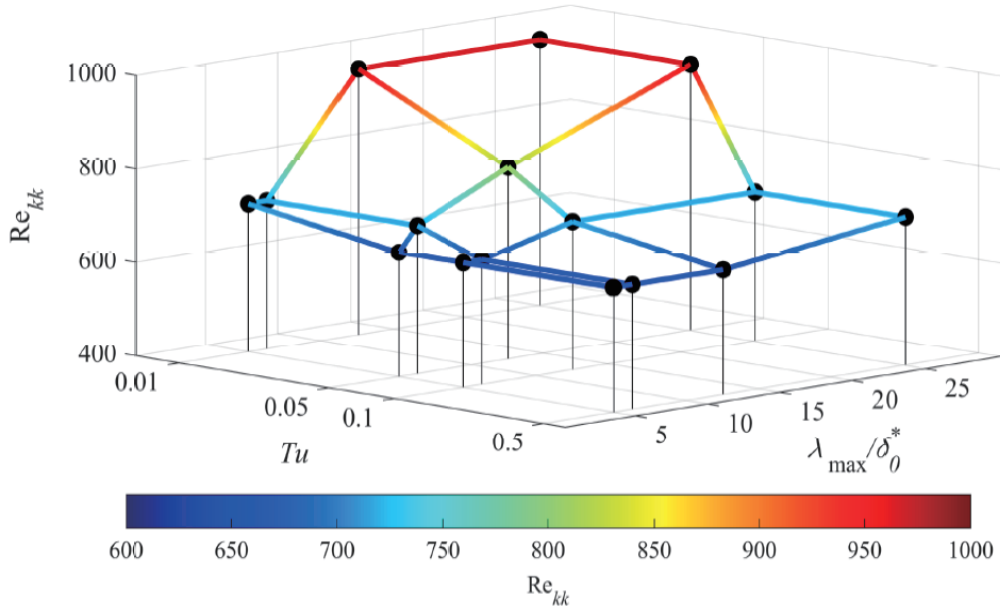


図 5 臨界粗さレイノルズ数  $Re_{kk}$  における主流乱れ（乱れ強さ  $Tu$  とピーク波長  $\lambda_{max}$ ）依存性. [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]

### 3.1 臨界粗さレイノルズ数に対する主流乱れの影響

図 5 に臨界粗さレイノルズ数に関する主流乱れの乱れ強さと波長に関するパラメトリックスタディの結果を示す. 主流乱れの波長に依存しない共通した傾向として, 乱れ強さの増加は臨界粗さレイノルズ数の低下をもたらす. 強い主流乱れにさらされた流れ場はより崩壊しやすく, 主流乱れのない条件と比較して強制遷移となりやすい<sup>[5]</sup>. 主流乱れ波長依存性について, 高主流乱れ  $Tu \geq 0.1\%$  では波長ごとの臨界値の変化がほとんど現われない. 一方で低主流乱れ強さ条件では, 短波長主流乱れと長波長主流乱れを比較したとき臨界値が大きく異なる. 特に長波長主流乱れで

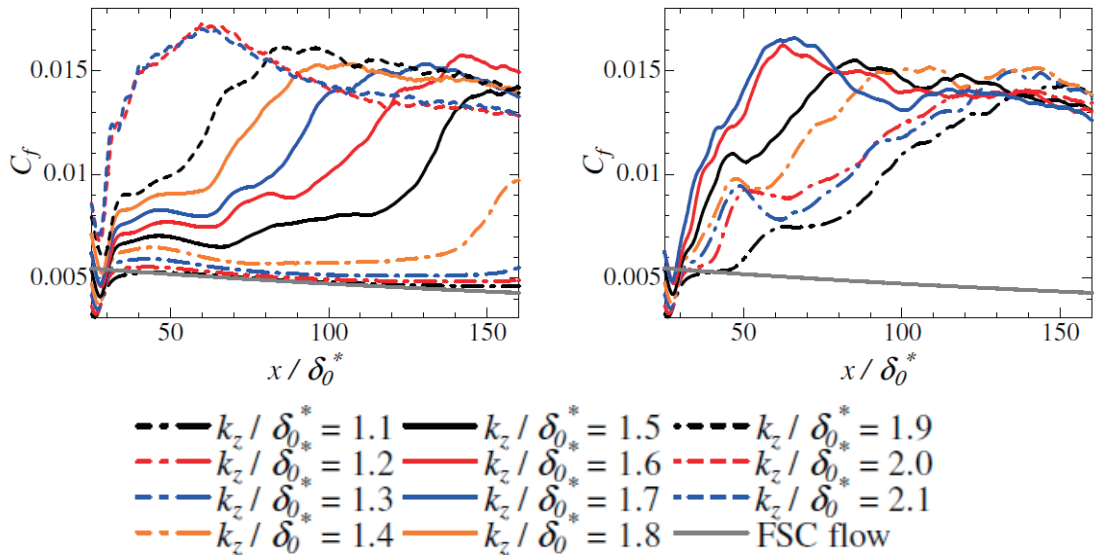


図 6  $Tu = 0.05\%$  における摩擦係数分布の粗さ高さ依存性. 左) 長波長主流乱れ条件, 右) 短波長主流乱れ条件. [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]

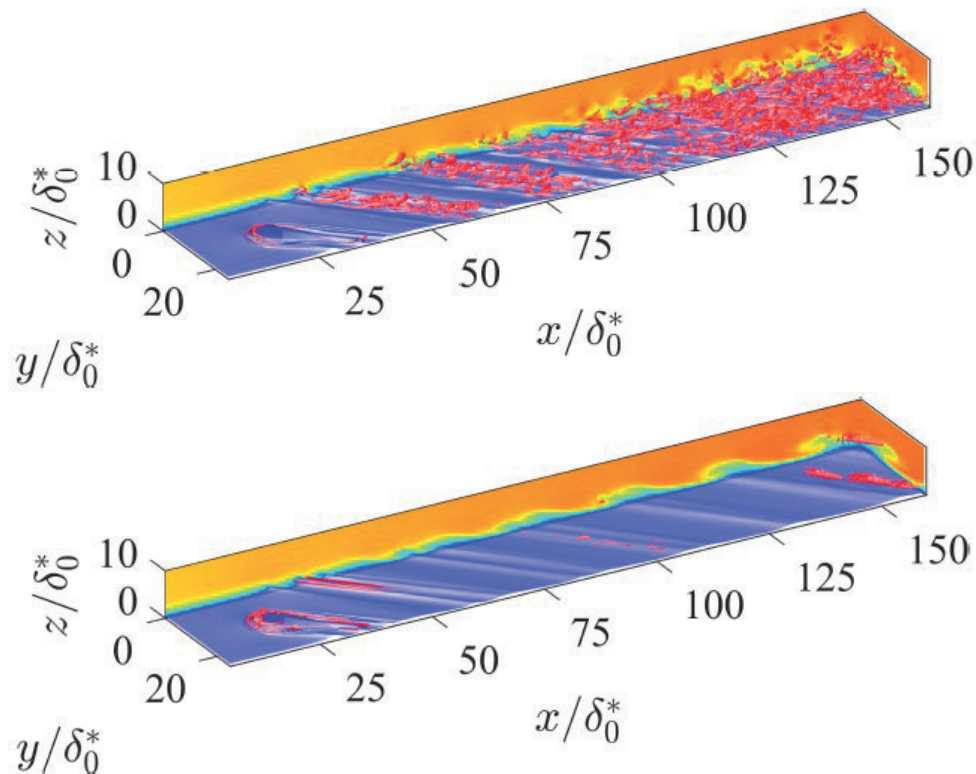


図 7 流れ場の 3 次元可視化. 等値面は Q 値 (赤) と低速領域  $u/U_0=0.3$  (青). (上図):  $\lambda_{\max}/\delta_0^*=5.0$ , (下図):  $\lambda_{\max}/\delta_0^*=25.14$ . [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]

は主流乱れのない  $Tu = 0\%$ 条件よりも高い臨界値となることから、強制遷移を抑制するメカニズムを有している。

### 3.2 段階遷移における主流乱れ波長依存性

図 5 に示した主流乱れと粗さ高さに関するパラメトリックスタディによって短波長主流乱れは強制遷移を促進、長波長主流乱れは強制遷移を抑制することが明らかになった。そこで本節では短波長主流乱れは  $\lambda_{\max}/\delta_0^*=5.0$  を対象に、長波長主流乱れは  $\lambda_{\max}/\delta_0^*=25.14$  を対象に、それぞれの摩擦係数分布を図 6 に示す。長波長主流乱れに関して、粗さ高さ  $k_z/\delta_0^* \leq 1.3$  では摩擦係数が計算領域内で低い値を維持している。更に高い粗さ高さでは計算領域内での摩擦係数増加及び乱流遷移を確認できる。粗さ高さ  $k_z/\delta_0^* < 1.7$  では遷移位置が主流乱れのない条件よりも上流である。つまり、長波長主流乱れは、強制遷移を抑制する効果が見られるが、臨界粗さ高さ以下の条件では乱流遷移を促進する。一方で粗さ高さ  $k_z/\delta_0^* = 1.7$  では遷移位置が主流乱れのない条件よりも下流であり、遷移抑制の効果が摩擦係数分布からも見て取れる。短波長主流乱れ条件では、粗さ高さ  $k_z/\delta_0^* \geq 1.1$  全条件で  $Tu = 0\%$ 条件よりも上流での乱流遷移を示す。短波長主流乱れは粗さ高さによらず乱流遷移を促進する。

それぞれ主流乱れの影響を受けたときの流れ場を可視化し、図 7 に示す。短波長主流乱れにさらされた流れ場は円柱後流に生じる低速領域に沿ってヘアピン渦を伴い、それらによって定在波が崩壊している。ヘアピン渦の発生とそれによる乱流遷移は強制遷移の特徴として述べた。ただし、摩擦係数分布から判断される遷移位置は強制遷移条件よりも下流であることから、短波長主

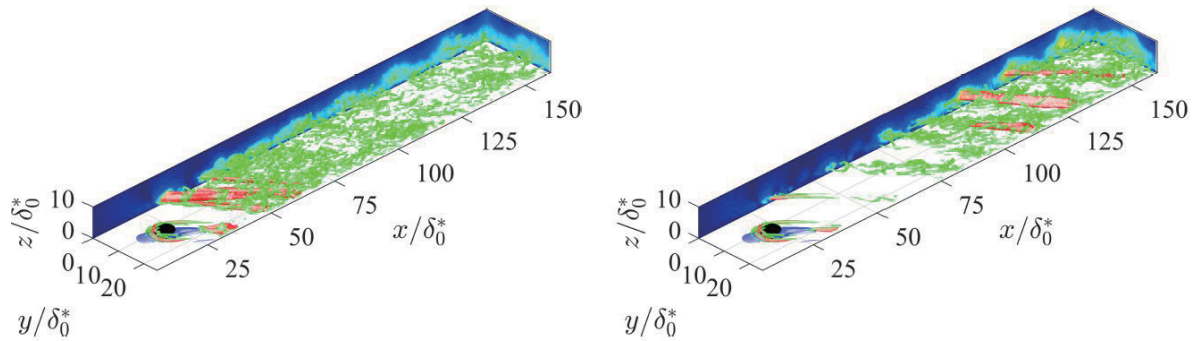


図 8 流れ場の 3 次元可視化. 等値面は  $Q$  値 (緑), 再循環領域 (青) と壁面垂直方向変動速度 RMS 値  $w_{\text{RMS}}/U_0 = 0.12$  (赤). 左図: 短波長主流乱れ条件, 右図: 長波長主流乱れ条件. [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]

乱れにさらされた臨界粗さ高さを下回る条件における乱流遷移過程は強制遷移に準ずる傾向にある. 長波長主流乱れではヘアピン渦の誘起は確認できない. 計算領域の最下流で僅かに乱れた構造が生じるに留まっている. そのため, 長波長主流乱れかつ低粗さ高さの条件における遷移過程は, 横流れ渦の形成と成長を伴う段階遷移である.

### 3.3 強制遷移における主流乱れ波長依存性

図 5 に示すよう長波長主流乱れは強制遷移の臨界粗さレイノルズ数を  $Tu = 0\%$  条件より引き上げることが分かった. そこで粗さ高さ  $k_z/\delta_0^* = 1.7$  における流れ場と, 円柱近傍での周波数解析結果を図 8, 9 に示す. 短波長主流乱れ条件下では, 円柱近傍からヘアピン渦が誘起され, ヘアピン渦の回転運動に伴って壁面垂直方向変動もたらされる (図 8). ヘアピン渦の回転運動については, 2次元境界層の壁乱流で生じるものと同様であった<sup>[16,17]</sup>. ヘアピン渦による乱流遷移は図 4(a) に示した  $Tu = 0\%$  条件と同様である. 一方で, 長波長主流乱れ条件では, 円柱近傍の渦構造は一度減衰を経た後に, 再度発生し乱流遷移に至る. 流れ場の観察から, 長波長主流乱れは円柱近傍で

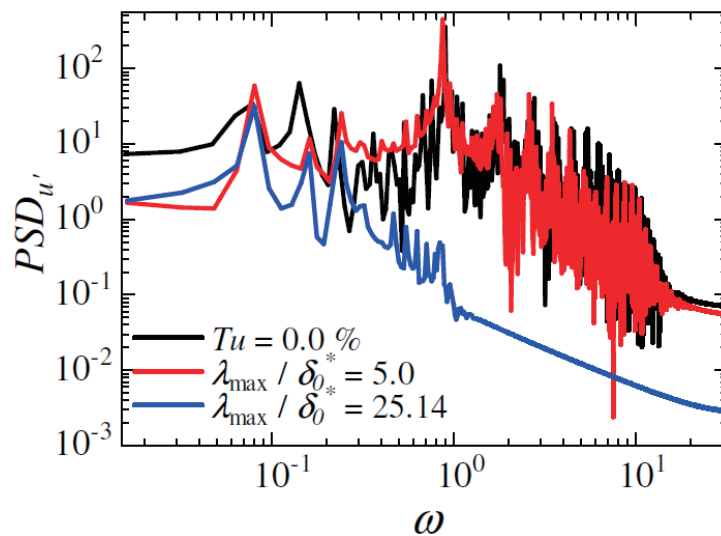


図 9 円柱近傍のコード方向変動速度に関する周波数解析結果. [K. Nakagawa, T. Tsukahara, and T. Ishida, 2023, Aerospace, 10(2), 128; licensed under a CC-BY license. Copyright © 2023 The Authors. Published by MDPI, Basel, Switzerland.]



発生する高周波変動を抑制することが示唆される。この減衰は周波数解析においても特徴として現われる。図 9 に示すように、強制遷移では  $\omega \approx 0.9$  の高周波変動がピークを示している。横流れ渦乱流遷移過程において高周波変動は乱流遷移自体の引き金であると知られている。その高周波変動を長波長主流乱れによって打ち消すことが強制遷移抑制のメカニズムである。

## 4. 結論

本研究では後退平板を模擬した FSC 相似解を基本流とした流れ場に対して DNS を実施し、乱流遷移過程を調査した。その中でも主流乱れ強さ、波長、及び円柱粗さ高さに対してのパラメトリックスタディを実施し、遷移過程の分析と遷移形態の分類を行った。詳細は既報論文<sup>[10]</sup>を参照されたい。

## 謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用することで実現することができた。また、筆頭著者は JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2151 の支援を受けたものである。

## 参考文献

- [1] W. Saric, H. L. Reed and E. B. White, “Stability and transition of three-dimensional boundary layers,” *Annu. Rev. Fluid Mech.* 35, 413–440 (2003).
- [2] R.S. Downs and E.B. White, “Free-stream turbulence and the development of cross-flow disturbances,” *J. Fluid Mech.* 735, 347–380 (2013).
- [3] V.I. Borodulin, A.V. Ivanov, Y.S. Kachanov and A. Hanifi, “Laminar-turbulent transition delay on a swept wing,” *AIP Conf. Proc.* 1770(1), 030065 (2016).
- [4] J. Sepieri and M. Kotosonis, “Three-dimensional organisation of primary and secondary crossflow instability,” *J. Fluid Mech.* 799, 200–245 (2016).
- [5] L. De Vincentiis, D. Henningson and A. Hanifi, “Transition in an infinite swept-wing boundary layer subject to surface roughness and free-stream turbulence,” *J. Fluid Mech.* 931, A24 (2022).
- [6] A. Yakeno and S. Obayashi, “Propagation of stationary and traveling waves in a leading-edge boundary layer of a swept wing,” *Phys. Fluids* 33 (9), 094111 (2021).
- [7] M. Högberg and D.S. Henningson, “Secondary instability of cross-flow vortices in Falkner–Skan–Cooke boundary layers,” *J. Fluid Mech.* 368, 339–357 (1998).
- [8] M. Brynjell–Rahkola, N. Shahriari, P. Schlatter, A. Hanifi and D.S. Henningson, “Stability and sensitivity of a cross-flow-dominated Falkner–Skan–Cooke boundary layer with discrete surface roughness,” *J. Fluid Mech.* 826, 830–850 (2017).
- [9] T. Ishida, T. Tsukahara and N. Tokugawa, “Parameter effects of spanwise-arrayed cylindrical roughness elements on transition in the Falkner–Skan–Cooke boundary layer,” *Trans. Japan Soc. Aeronautical and Space Sciences*, 65(2), 84–94 (2022).
- [10] K. Nakagawa, T. Tsukahara and T. Ishida, “DNS study on turbulent transition induced by an interaction between freestream turbulence and cylindrical roughness in swept flat-plate boundary layer,” *Aerospace*, 10, 128 (2023).
- [11] H. Kurz and M. Kloker, “Mechanisms of flow tripping by discrete roughness elements in a swept-wing boundary layer,” *J. Fluid Mech.* 796, 158–194 (2016).
- [12] D. Watanabe and H. Maekawa, “Rapid growth of unsteady finite-amplitude perturbations in a supersonic boundary-layer flow,” *Proc. 9<sup>th</sup> International Symposium on Turbulence, Shear Flow Phenomena* (2015).

- [13] P. Wassurmann and M. Kloker, “Mechanisms and passive control of crossflow-vortex-induced transition in a three-dimensional boundary layer,” *J. Fluid Mech.* 456, 49–84 (2002).
- [14] P. Wassurmann and M. Kloker, “Transition mechanisms induced by travelling crossflow vortices in a three-dimensional boundary layer,” *J. Fluid Mech.* 483, 67–89 (2003).
- [15] J. Casacuberta, K.J. Groot, S. Hickel and M. Kotsonis, “Secondary instabilities in swept-wing boundary layers: Direct numerical simulations and biglobal stability analysis,” *AIAA SciTech 2022 Forum* p.2330 (2022).
- [16] S.K. Robinson, “Coherent motions in the turbulent boundary layer,” *Annu. Rev. Fluid Mech.* 23, 601–639 (1991).
- [17] A. Vaid, N.R. Vadlamani, A.S. Malathi and V. Gupta, “Dynamics of bypass transition behind roughness element subjected to pulses of free-stream turbulence,” *Phys. Fluids* 34, 114110 (2022).