[共同研究成果]

乱流の生成とその維持機構に関する研究

伊澤	精一郎	: 東北大学大学院工学研究科
吉川	穣	: 宮城県産業技術総合センター
李 根燮		:岐阜大学大学院工学研究科
西尾	悠	: 東北大学大学院工学研究科
福西	祐	: 東北大学大学院工学研究科

1. はじめに

私たちは様々な乱流に囲まれて暮らしている.空気や水の流れそのものは直接には見えないが, 木枯らしに揺れる木々や工場の煙突からもくもくとはき出される煙、海岸に繰り返し打ち寄せて は砕け散る波頭を通して複雑で込み入った流れを日常的に目にしている.また屋内においても, 洗濯機やぐつぐつと沸騰した鍋の中で洗濯物やうどんがくるくると踊るさまを通して、激しく波 打ち複雑に渦を巻いている流れを知ることができる.このような複雑で不規則な乱流は、激しい 変動がもたらす強い混合作用を有するため工学的にも大いに利用されており、冷却や内燃機関に おける燃焼効率の向上などの直接的な寄与ばかりでなく、自動車の排気ガスや工場の煤煙といっ た汚染物質の大気拡散を促進する間接的な側面もある.その一方で、管内流や流体中を物体が移 動する場合には摩擦抵抗の大幅な増大をもたらす.特に大型の旅客機ともなると,摩擦抵抗の割 合は全抵抗の約半分にも達してしまう[1]. 摩擦抵抗を減らし燃費の大幅な改善を図るには,旅客 機の後退翼面上に発達する3次元境界層の遷移過程を把握する必要があり、その物理を知らなけ れば空力性能に優れた翼型を設計することは難しい[2].また、管内を流れる乱流を抑制して圧力 損失を回復させようとするのであれば、アクチュエータを駆動させるなどして乱流のエネルギー 伝達機構に働きかけ、乱流の制御維持システムを破壊する必要がある。流れを制御するための手 法はこれまでにも様々なものが提案されている[3]が、その多くは吹き降ろしのある個所では壁面 から噴流を噴射し、逆に吹き上げがある個所では吸い込みをかけるといった対処療法的な方策で ある.このことは,遷移過程を含む乱流についての知識が未だ十分ではないことを示唆している.

一般に,層流から乱流への遷移の初期段階は線形安定論による流れの安定性問題として扱われ, 基本流に対する固有モードの撹乱を求める固有値問題に帰着される[4].一方,発達した乱流の統 計的な性質は,Kolmogorovらの乱流理論によって説明される[5].しかし,これらの数学的な理 論が対象とするのは,振幅の非常に小さい撹乱でありまた Reynolds 数(*Re* 数)の非常に大きい 極限の状態であって,乱流の生い立ちを含む物理的な機構の詳細は未だ詳らかではない.近年の コンピュータ技術の目覚ましい発展とともに,これまで統計的にしか扱うことのできなかった乱 流運動を直接解析することが可能になりつつあるが,現在までのところその平均的な描像を得る のが精一杯で詳細な解析まで行うには至っていない.

このような背景のもと、3次元境界層の不安定化機構の解明と乱流の初生に関わる現象の捕捉 という2つのテーマについて、東北大学サイバーサイエンスセンターとの共同研究課題として実 施する機会を得た.本稿では、その内容について報告する.

2. 3次元境界層の不安定化機構

2.1 研究背景と問題設定

一般に,音速付近で飛行するジェット機の主翼には,翼に流入する気流速度を低下させ臨界マッハ数に達しにくくする目的で後退翼が採用されている.しかし後退翼においては,外部流の方

向と翼面上の圧力勾配の方向が異なるため,翼の前縁及び後縁付近で横流れが生じて境界層が3次元化し,乱流遷移が早まるなどの欠点もある.3次元境界層を対象とした研究はこれまでにも 理論や計算,実験など様々な方法で行われてきたが,Re数の他にも翼型や後退角などパラメータ が多いことから、しばしば形状の単純な後退円柱で代用されてきた.特に,一定の角速度で回転 する円板上の流れは,流れの方向と最大圧力勾配の方向が異なることから航空機の後退翼と同様 に3次元化して本質的に同じ遷移過程をたどること,またその速度分布がNavier-Stokes 方程式の 厳密解であり相似解となることから、3次元境界層の代表例として研究が行われてきた.

一定角速度 Ωで回転する円板上の速度分布は,

$$U_r(z) = \frac{u_r}{r\Omega}, \ \ U_{\theta}(z) = \frac{u_{\theta}}{r\Omega}$$

と無次元化でき,層流境界層厚さ

$$\delta = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}}$$

が半径方向位置 r によらない自己相似な速度分 布 (von Kármán flow) となる. また,円板表面 からの無次元高さは

$$Z = z \sqrt{\frac{\Omega}{\nu}} = \frac{z}{\delta}$$

で与えられ、壁面垂直方向の速度成分と圧力は

$$W(z) = rac{w}{\sqrt{v\Omega}}$$
, $P(z) = rac{p}{\rho v \Omega}$

と一定の値をとる.ここでpは流体の密度, vは動粘性係数である.このとき,

$$Re = r \sqrt{\frac{\Omega}{\nu}} = \frac{r}{\delta}$$

で定義される Re 数は、回転円板中心からの無次元距離に一致する.

これまでこのような回転円板上に形成される流れ場を対象として,様々な実験や理論解析が行 われ、3次元境界層の安定性について調べられてきた。例えば、流れ場の可視化や熱線流速計に よる計測結果から,遷移領域では横流れ不安定性により周方向に並んだ 28~32 本程度の定在的な 縦渦が現れることが知られている[6]. これは,平板表面のわずかな凹凸が流れ場を汚染し,その 結果として臨界 Re 数の低い移流不安定性が支配的となって境界層内に含まれていた速度変動が 増幅されためである.回転円板上の流れは、このような移流不安定性のほかに全体不安定性も存 在することがわかっているが、実験では両者を切り分けて議論することができない、このため、 表面粗さの影響を受けない理論解析や数値計算によって, 臨界 Re 数や増幅率, 不安定波数を調 べる試みが数多くなされてきた.古典的な線形安定性解析では,しばしば並行流近似が用いられ, 流れの局所的な不安定性を調べることで系全体の不安定性(全体不安定性)を推測することが行 われる、回転円板流れも自己相似な速度分布を持つことから、並行流近似のもとで流れ場の安定 性が調べられてきた[7]が、その妥当性に疑義があること[8][9]に加え、予測された局所的な絶対不 安定性と系の全体不安定性の関係についても断片的にしかわかっていない[10][11][12]. 一方数値 計算では、計算負荷抑制の観点から、周方向に周期境界条件を課すことで扇形の狭い範囲に計算 領域を縮小して設定せざるを得ないのが現状である。解像可能な波数が全周分割数の整数倍に限 定されるため,周方向の不安定波数(実験で観測された縦渦の本数に対応)の正確な値を知るこ とができない、異なる波数間の非線形干渉が限定的にしか扱えないなどの問題があった.

そこで本研究では、実際の流れ場にできるだけ近い条件のもとで全体不安定性とその臨界波数 について調べるため、東北大学のスーパーコンピュータ SX-ACE を用いて回転円板流れの全周計 算を試みた.



図1 回転円板上の速度分布

2.2 計算方法

支配方程式である3次元 Navier-Stokes 方程式と連続の式

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{U} + \boldsymbol{u}) \cdot \nabla \boldsymbol{u} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{U} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{f} , \quad \nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0$$

を差分法で解いた.ここで、U = (U,V,W)は基本流の半径方向、周方向、壁面垂直方向の速度成分であり、u = (u,v,w)は各軸方向の速度変動成分である.外力fは、流入及び流出境界における速度変動の非物理的な反射を抑制するために設けた緩衝領域で作用する減衰力である.圧力場と速度場のカップリングには MAC 法を用い、空間微分項の離散化には式 3 次精度上流差分(Kawamura-Kuwahara スキーム)を、その他の項には4 次精度中心差分を用いた.時間進行には 2 次精度 Crank-Nicolson 法を用いた.計算領域として Re 数が 220 から 752 までの領域を確保し、流入 ($Re = 220 \sim 249$)及び流出境界 ($Re = 621 \sim 752$)には速度変動を滑らかに減衰させるための緩衝領域を設けた.計算方法の詳細は既報[13]を参照されたい.

流れ場に導入する撹乱は、全体不安定性が発現するとされる臨界 Re 数 583[14]近傍 570~590 の領域において、0.016T(Tは回転周期)の間だけ、正味の質量流束が零で最大振幅がその位置 の周方向速度に等しくなるような壁面垂直方向速度をランダムに与えた. 攪乱を与えた瞬間を時 刻 t=0とした.回転円板の回転数は lrad/s である.計算格子は壁面近傍に集中させた不等間隔格 子とし、格子点数は 533×4,609×63 点とした.計算は SX-ACE の 64 ノードを使用して行い、円板 1 回転あたりおよそ 2 週間の計算時間を要した.計算は約 7.7 回転分行ったので、計算終了までに はおよそ 1 か月半かかったことになる.

2.3 全体不安定性と縦渦構造

図2は、撹乱を導入してから7回転後の流れ場の様子である. 図中の色は、回転円板表面から z=1.3の高さにおける周方向速度変動成分の大きさの対数値 log|v)を表しており, 図は緩衝領域を 除いた Re = 250~620 までの有効計算領域のみ表示してある.外周寄りの領域には、ほぼ一定の 間隔で円板の回転と同期した定在的ならせん状のパターンが見られることから、本計算でも実験 で観測された横流れ不安定性による縦渦の存在を確認することができる.なお,ここでは周方向 の速度変動成分の絶対値回を対数表示しているので、らせん状のパターン2本が縦渦1本に対応 していることに注意されたい.また、図中のらせんの本数を数えてみると全周で162本あること から,都合 81 本の縦渦が形成されていることがわかる. Imayama ら[15]は,本計算と同じ z=1.3 の高さにおいて熱線流速計による詳細な計測を行い、これら定在渦の振幅は周方向に微妙に異な るものの, 乱流に遷移する位置は個々の渦の強さではなく Re 数によって規定されることを報告 した. 図2の結果をよく見ると、本計算においても速度変動の強さ、すなわち縦渦の強さが周方 向に微妙に変化しており,大きさもまちまちな 15 の小領域単位で変化していることも見て取るこ とができる.このことは速度変動の周方向の揺らぎが円板の表面粗さとは無関係に起こりうるこ とを示唆しており、波長が一定の変動しか想定することができない安定論や、周期境界を用いる ことで周方向に強い周期性が要請される従来の数値計算では原理的に捉えることができず,全周 計算を行うことで今回初めて明らかになったことのひとつである.

周方向速度変動成分の乱れ強さ vms を図 3 に示す. Re = 580 付近から導入されたランダムな撹 乱は下流へと流下するが、全体不安定領域に達すると増幅に転じ、7 回転後にはほぼ定常状態に 達した.本研究では全体不安定性による撹乱の増幅過程に主眼を置いているため、有効計算領域 の下流端は完全発達した乱流が現れる Re = 650 よりも上流の Re = 620 の位置に設定している.し たがって、定常状態に達していても計算領域内で乱流遷移が完了することはない.なお、回転初 期の t = 0.5~1.0 において、Re 数が 550 までの領域で一時的に導入した撹乱とは別の孤立撹乱が 増幅しながら流下する様子が見られたが、これは壁面から短時間噴流を噴射した際の圧力変動が 上流境界で反射し、緩衝領域で十分に減衰しきれなかったものがノイズとして計算領域にしみだ してしまったためである.その乱れ強さは全体不安定性で増幅する撹乱のそれと比べて小さく、 結果には影響しない. 図4は、t=7、Re=600における周方向速度変動成分の周波数解析結果である. 図から波数81 付近に最大のピークがあり、またその高調波成分にもピークがあることがわかる. Lingwood [7] は、並行流近似にもとづいた線形安定性解析の結果から群速度が零となる位置を絶対不安定性の 臨界 Re 数(=507)として求め、その臨界波数が68であることを報告している. 最も不安定とな る波数は、むろん Re 数に依存した値である. しかし , 撹乱の初期振幅が同じであれば中立安定 点の Re 数が低いものほど早く成長することになるため、 先行研究の多くは線形安定論の枠組み の中で得られたこの臨界波数68に着目してきた. これに対して、回転円板全周を計算領域とした 本研究の結果は、従来考えられてきた波数よりも高い波数帯域に全体不安定性により増幅されや すい波数が存在していることを示しており、現象の解明には大規模計算が必要不可欠であること が改めて認識される結果となった.



図2 周方向速度変動成分で見る流動パターン (z=1.3)



図3 導入した撹乱の時空間成長 (log(vms), z = 1.3)



図4 周方向速度変動成分のパワースペクトル (z=1.3)

3. 乱流の初生に関わる現象の補足

3.1 研究背景と問題設定

境界層の乱流遷移は、境界層内部に含まれる乱れが増幅され互いに非線形干渉を起こした結果 である. その遷移のきっかけとなる乱れの種がどこから来るのかということは、長い間研究者た ちの論争の的であった.これは、実際に境界層内で観測される不安定波動の波長や位相速度とい ったスケールが、乱れの元と考えられた主流に含まれる速度変動や音波などの外乱のそれと必ず しも一致しないためである.この問題は受容性(receptivity)の問題として知られ,理論解析や風 洞実験により様々に研究が行われ.多くの知見が蓄積されてきた[16].現在では,翼の前縁のよ うに速度や圧力の空間変化が激しく流れの非平行性の無視できない領域で波長のマッチングが行 われ、境界層中に乱れの種として取り込まれることが研究者の共通した認識となっている. さら に、壁面曲率が不連続となる箇所でも受容性が高くなること、受容される乱れの振幅は外乱の大 きさに比例し、その後の遷移の道筋は初期振幅の大小によって粘性型不安定波動 (Tollmien-Schlichting 波, T-S 波)の線形増幅に始まるタイプと撹乱の過渡増幅にともなうストリ ーク不安定タイプ(バイパス遷移)に大別されること、そしてそれぞれが全く異なる遷移形態を とることもよく知られた事実である. 前者の粘性型不安定波動の増幅過程(modal growth) につ いては、すでに述べたように基本流に対する固有モードの撹乱を求める固有値問題に帰着される. 非線形性が極めて強い後者の過程)については、理論的には固有関数の非直交性による過渡増幅 機構(non-modal growth)として理解され,縦渦の生成とストリーク構造の形成及び不安定化を経 て乱流に遷移する.ストリーク構造は流れ方向に低速領域と高速領域が交互に並んだ縞状の配置 をとり、バイパス遷移過程だけでなく乱流境界層の壁面近くに現れる特徴的な流体構造である. ストリーク構造には、Varicose モード(対称)と Sinuous モード(反対称)と呼ばれる不安定性が あるが,通常は Sinuous 不安定性が支配的となってストリークの崩壊が起こり,層流境界層中に 孤立した乱流領域(乱流斑点)が次々に生成され乱流遷移が進展する[17][18]. このように乱れの 受容から乱流遷移に至る過程について多くの知見が報告されているが、いずれの遷移過程をたど って乱流に遷移するにせよ乱流の誕生は非線形作用が卓越した現象であり、その詳細については 詳らかでないことが多い.

そこで本課題では、平板層流境界層中に励起した低速ストリークに対して壁面から短時間噴流 を噴射し、下流で乱流に遷移する場合としない場合の流れ場の様子を詳細に比較することで、乱 流の初生に関わる構造の特定を試みた.計算は、東北大学の並列コンピュータ LX 406Re-2 を用 い、噴射条件を様々に変えて計算を行った.

3.2 計算方法

支配方程式は3次元 Navier-Stokes 方程式と連続の式であり,速度や圧力などの変数は一様流速 度及び流入部層流境界層の排除厚さを用いて無次元化して計算を行った.差分法の計算アルゴリ ズムには MAC 法を用い,時間進行には2次精度 Crank-Nicolson 半陰解法,空間微分項の離散化 には移流項にのみ3次精度上流差分法である Kawamura-Kuwahara スキームを,その他の項には2 次精度中心差分法を用いた.

計算は平板層流境界層中にストリークを励起するための予備計算と、生成されたストリークに 対して噴流を噴射して境界層の不安定化を促す主計算に分けて行った.いずれの場合においても、 計算領域は線形安定論により予測される不安定領域内に設定し、撹乱が増幅されやすい環境を与 えた.座標系の原点は流入部スパン方向中央の壁面上とし、流れ方向をx、壁面垂直方向をy、ス パン方向をzとした.予備計算の領域の大きさは (x, y, z) \in ([0, 400], [0, 30], [-20, 20]) であり、流 入境界は平板前縁から 177 離れた位置(排除厚さにもとづく *Re* 数で 530) にあるものとした.ま た.計算格子には壁面近傍を密にした不等間隔格子を用い、2,380×114×280 の格子点数を用いて 計算を行った.1ケースあたりの演算時間は、Open MP による 24 並列で 11,200 ステップ計算し て約 4.5 日であった. Andersson ら[19]の報告によれば、スパン方向の波数が 0.45 となるとき過渡増幅が最大となる. そこで、噴流噴射位置(x=100)でこの最適波数の間隔と等しくなるように、その上流 x=50の 位置に一辺が 1×1×2 の直方体を 4 個スパン方向に 10 おきに並べ、層流境界層中にストリーク構 造を励起した. 主計算の計算領域はその下流 x=60 からとし、予備計算の結果を初期速度分布及 び流入境界条件として与えた. 噴流は 2×2 の小孔から壁面垂直方向に無次元時間 15 の間だけー 様噴射させるものとし、その噴射速度 v_{jet}を変えながら乱流遷移が起こる下限の値を探った. 以 下では、低速ストリークの中心で噴流を噴射した結果について紹介する. なお、噴射速度が最大 の場合であっても、噴射位置と流入境界は十分に離れていることは確認済みである.

3.3 乱流のはじまりに関わる渦構造

物体列から 50 だけ下流 x = 100 の yz 断面における,予備計算で得られた基本流となるストリー クを含む速度分布を図 5 に示す.物体下流 z = 0 付近には周囲より速度が低下した領域(低速スト リーク)が見られ,またその両側 $z = \pm 1 \sim 2$ にかけて周囲より速度が速い領域(高速ストリーク) が見られることから,ストリーク構造が形成されていることが確認できる.

図6は、この低速ストリークに対して、壁面から一様流速度の13%及び16%の強さで噴流を噴 射した場合の流れ場の様子を比べたものである. 渦構造は速度勾配テンソルの第2不変量である *Q*値の等値面で可視化し、局所的な流れ方向の渦度成分の強弱に応じてその表面を着色した. 低 速ストリークに対して噴流を噴射した直後の*t* = 30の時刻では、噴流の強弱によらず噴射孔周囲 に首飾り状の渦が、またその下流側には Varicose モードが刺激されて形成されたヘアピン状の渦 が見られ、互いによく似た構造が生成されている. どちらのケースにおいても、時間が進むにつ れてその上流側に新たなヘアピン渦が生成される様子が見られたが、その後の様子は全く異なっ たものとなった. 噴射速度が小さい13%のケースでは、生成されたヘアピン渦は粘性により散逸 しながら流れ去ってしまい、後には流れ方向に伸びた縦渦が残されるばかりで乱流に遷移するこ とはなかった.

これに対して噴射速度を一様流の16%まで大きくすると、初期に形成されるヘアピン渦の位置 が高くなり、境界層の速度勾配によりすぐに伸長されて次々に新しいヘアピン渦が誕生する様子



図5 流れ方向速度分布 (x=100)

が見られた.これらのヘアピン渦は、13%のケースと同様下流に流れ去ってしまい、乱流遷移の 直接の引き金とはならなかった.しかし、その過程で時刻 t=200 で見られるような流れ方向に長 く伸びた複数の縦渦対が生き残り、初期に形成され壁面近くの低速領域に取り残されていた上流 側の縦渦群と干渉し、さらに複雑な構造を生み出す原動力となることがわかった.そこで時刻 t= 200 前後の渦構造の変化を細かく見てみると、x=205 付近に見られる流れ方向に傾いたハの字状 の横渦対がその内側の縦渦対とつなぎ替えを起こし、新たにヘアピン渦を形成しながら複雑化が 進展することから、この横渦対が乱流のはじまりに関わる鍵となる構造の1つであることがわか った.時刻 t=350 の流れ場を見ると、複雑に絡み合った無数の渦構造が見られ、この時刻では境 界層はすでに乱流状態にあるものと考えられる.詳細については、現在解析を行っているところ である.



図6 次項に続く



図 6 Q=0.0015の等値面で可視した渦構造の比較: t=30(1),100(2),200(3),275(4),350(5) (局所縦渦成分*a*,が正の領域を赤,負の領域を青色付けして表示)

謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用すること で実現することができた.これらの研究成果の一部はすでに学術誌に投稿中であり、また残 りの成果についても現在投稿準備を進めているところである.ここに改めて、同センターの 関係各位に感謝申し上げたい.

参考文献

[1] 中橋 和博: 航空機の空力形状と最適設計,日本流体力学会誌「ながれ」,26 巻 4 号, pp.259-265,2007.

[2] 小濱 泰昭, Saric William S. and Hoos Jon A.: 後退翼における境界層の乱流遷移,日本機械学会 論文集 B 編, 58 巻 554 号, pp.3053-3059, 1992.

[3] L.N. Cattafesta III and M. Sheplak: Actuators for Active Flow Control, Annual Review of Fluid Mechanics, 43, pp. 242-272, 2011.

[4] P.J. Schmid and D.S. Henningson: Stability and Transition in Shear Flows, Springer Science & Business Media, 2012.

[5] P.A. Davidson: Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers, Oxford University Press, 2004.

[6] Y. Kohama: Study on boundary layer transition of a rotating disk, Acta Mechanica, 50, pp.193-199, 1984.

[7] R.J. Lingwood: Absolute instability of the Ekman layer and related rotating flows, Journal of Fluid Mechanics, 331, pp.405-428, 1997.

[8] N. Itoh: Structure of absolute instability in 3-d boundary layers: Part 1. Mathematical formulation, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 44, pp.96-100, 2001a.

[9] N. Itoh: Structure of absolute instability in 3-d boundary layers: Part 2. Application to rotating-disk-flow, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences. 44, pp.101-105, 2001b.

[10] C. Davies and P.W. Carpenter: Global behaviour corresponding to the absolute instability of the rotating-disk boundary layer, Journal of Fluid Mechanics, 486, pp. 287-329, 2003.

[11] B. Pier: Finite-amplitude cross flow vortices, secondary instability and transition in the rotating-disk boundary layer, Journal of Fluid Mechanics, 487, pp. 315-343, 2003.

[12] J.J. Healey: Model for unstable global modes in the rotating-disk boundary layer, Journal of Fluid Mechanics, 663, pp.148-159, 2010.

[13] K. Lee, Y. Nishio, S. Izawa, and Y. Fukunishi: Effects of location of excitation on the spiral vortices in the transitional region of a rotating-disk flow, Physics of Fluids, 29, 084106, 2017.

[14] E. Appelquist, P. Schlatter, P. H. Alfredsson, and R. J. Lingwood: On the global nonlinear instability of the rotating-disk flow over a finite domain, Journal of Fluid Mechanics, 803, pp.332-355, 2016.

[15] S. Imayama, P.H. Alfredsson and R.J. Lingwood: On the laminar-turbulent transition of the rotating disk flow: the role of absolute instability, Journal of Fluid Mechanics, 745, pp.132-163, 2014.

[16] Saric, W., Helen L.R. and Edward J.K.: Boundary layer receptivity to freestream disturbances, Annual Review of Fluid Mechanics, 34, pp.291-319, 2002.

[17] M. Asai, Y. Konishi, Y. Oizumi and M. Nishioka: Growth and breakdown of low-speed streaks leading to wall turbulence, Journal of Fluid Mechanics, 586, pp.3791-396, 2007.

[18] P. Schlatter, L. Brandt, H.C. de Lange and D.S. Henningson: On streak breakdown in bypass transition, Physics of Fluids, 20, 101505, 2008.

[19] P. Andersson, M. Berggren, and D.S. Henningson: Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers, Physics of Fluids, 11, pp.134-150, 1999.