

[共同研究成果]

マルチビーズモデルを用いたトムズ効果に関する数値シミュレーション

歌田 裕太* 岩本 薫* 村田 章*

*東京農工大学 大学院工学府 機械システム工学専攻

1. 緒言

流体中に微量の直鎖状高分子やファイバ等の線状の添加剤を混入することにより、乱流域において摩擦抵抗が著しく低下する^[1]。過去の実験や数値計算により、線状添加剤の長さを長くするほど摩擦抵抗低減効果が大きくなること示されている。しかし、実験では高分子やマイクロファイバ等の添加剤の詳細な挙動の計測や観測が困難である。そこで添加剤を多数の離散要素モデルで近似しニュートン流体に加えた平行平板間乱流の直接数値シミュレーション (Direct Numerical Simulation, DNS) が行われている^{[2][3][4]}。この方法は要素のミクロな挙動と乱流場を分けて解析できる。この時用いた離散要素モデルでは、2 球の間を質量が無視され形状が流れ場に与える影響を考慮しないばねとダンパで接続している。そのため、2 球モデルを用いて要素の長さが摩擦抵抗低減効果に及ぼす影響を検討することは適切ではない。また、線状添加剤の形状の違いや変形が摩擦抵抗低減効果に与える影響とそのメカニズムは解明されていない。より効率的に大きな摩擦抵抗低減効果を得るため、異なる要素モデルを用いた計算が必要である。

本研究では、離散要素モデルとして多数の球をばねとダンパで接続したマルチビーズモデルをニュートン流体中に混入し、流れ場の DNS を行って解き、線状添加剤の長さの違いが乱流摩擦抵抗に与える影響を解明する。

2. 数値計算法

2.1 マルチビーズモデル

本研究では、ニュートン流体中に微量 (約 200ppm 程度) の高分子を添加した際のチャネル乱流 DNS を行う。図 1 に示すマルチビーズモデルを用いて高分子を再現する。高分子は流体中の微小な要素とみなすことができ、高分子間の絡み合いや干渉等の相互作用は発生確率が低いため無視できる。高分子はたくさんのモノマーと呼ばれる構造体が結合したものであり、非常に多くの自由度を持つ。数百の原子からなる主鎖の一部をビーズによって置き換え、そのビーズの中心に質量を集中させる。高分子内の駆動力として働く Brown 運動はビーズ間のばねにより表される。またビーズ間のばねにかかる荷重と変位の関係に非線形性を持たせ、ばねの長さ上限を設定する。高分子の粘性はダンパによって表す。高分子が溶媒中を動く際には抵抗力が働く。この抵抗力は要素の個々のビーズが球であると仮定すると Stokes の法則が適用できる。流体とマルチビーズモデルの相互作用は、要素モデルが流体から受ける力と要素モデルが流体に及ぼす力を考慮し数値計算を行う。

マルチビーズモデルの運動方程式を以下に示す。

1 個目のビーズ ($e=1$)

$$m \frac{dv_{[e],i}}{dt} = f_{[e],i} - \frac{k \xi_{[e]}}{1 - (\xi_{[e]} / \xi_{\max})^2} \frac{x_{[e]} - x_{[e+1],i}}{l_{[e]}} - \eta (v_{[e],i} - v_{[e+1],i}) \quad (1)$$

2 ~ $N_B - 1$ 個目のビーズ ($e=2, 3, \dots, N_B - 1$)

$$m \frac{dv_{[e],i}}{dt} = f_{[e],i} - \frac{k \xi_{[e-1]}}{1 - (\xi_{[e-1]} / \xi_{\max})^2} \frac{x_{[e]} - x_{[e-1],i}}{l_{[e-1]}} - \frac{k \xi_{[e]}}{1 - (\xi_{[e]} / \xi_{\max})^2} \frac{x_{[e]} - x_{[e+1],i}}{l_{[e]}} - \eta (v_{[e-1],i} + 2v_{[e],i} - v_{[e+1],i}) \quad (2)$$

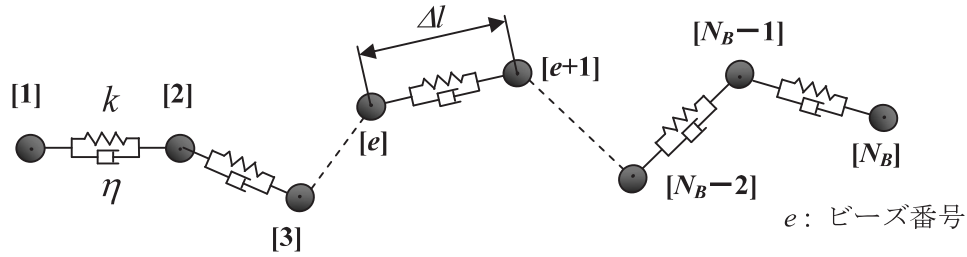


図 1 マルチビーズモデル.

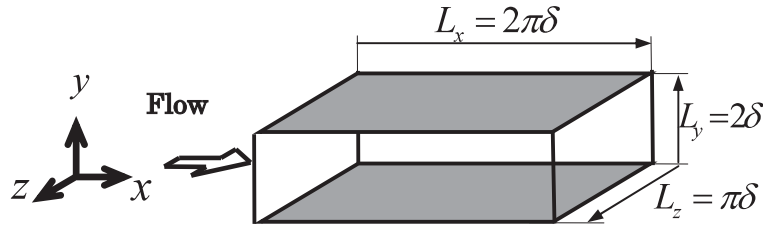


図 2 計算領域.

N_B 個目のビーズ ($e = N_B$)

$$m \frac{dv_{[e],i}}{dt} = f_{[e],i} - \frac{k\xi_{[e-1]}}{1 - (\xi_{[e-1]}/\xi_{\max})^2} \frac{x_{[e]} - x_{[e-1],i}}{l_{[e-1]}} - \eta(v_{[e],i} - v_{[e-1],i}) \quad (3)$$

ここで、 v は球の速度、 m は球の質量、 $\xi = l - l_0 / (N_B - 1)$ はビーズ間の自然長 $l_0 / (N_B - 1)$ からの伸び、 $\xi_{\max} = l_{\max} - l_0 / (N_B - 1)$ はビーズ間の最大伸びである。また、ばねの長さ上限を持たせるために非線形ばね (Finite Extensive Non-linear Elastic)^[5] を用いている。球が流体から受ける力 f は Stokes 抵抗として近似される。球の半径を r 、粘性係数 μ とするとそれぞれの球に流体から作用する力は以下の式となる。

$$f_{[e],i} = 6\pi\mu r (u_{[e],i} - v_{[e],i}) \quad (4)$$

u は球の中心位置における流体の速度である。

マルチビーズモデルのパラメータは、全体の自然長 L_{T0} [m]、ビーズ数 N_B [-]、ビーズ間隔の自然長 Δl_0 [m]、ばね係数 k [N/m]、ダンパ係数 η [N/m²]、ビーズ半径 r [m] である。ビーズ数の違いを評価するためマルチビーズモデルの最大伸び b を規定とし、マルチビーズモデルの時定数 λ を一定とした。 N_B 球モデルの時定数は、以下の式で決定される^[6]。

$$b_{N_B} = \frac{b}{(N_B - 1)} \quad (5)$$

$$\lambda_{N_B} = \frac{6\lambda}{N_B(N_B + 1)} \quad (6)$$

式 (5)、(6) より、ばね定数 k 、球の半径 r は以下の関係において決定される。

$$k_{N_B} = (N_B - 1)k \quad (7)$$

$$r_{N_B} = \frac{6(N_B - 1)}{N_B(N_B + 1)}r \quad (8)$$

表 1 SX-9 利用時の Proginf.

CPU time [h : m : s]	9996 : 05 : 13	Memory Size [MB]	11328
MOPS	8025.02	MOPS (concurrent)	121548.65
MFLOPS	1612.71	MFLOPS (concurrent)	24426.48
A. Vector Length	247.70	V. Op. Ratio [%]	98.96

この時ビーズ数の増加に対し、ばね定数 k は線形に増加し、球の半径 r は減少する。今回、ダンパ係数 η は抵抗低減機構に本質的な影響を与えないため一定とした。このときの各パラメータは、 $k^+ = 30$, $r^+ = 1.5$, $\eta^+ = 40.5$ とし、全体の自然長 L_{T0}^+ を 18, 32, 64 と変化させた。

2.2 流れ場の計算

流体の支配方程式には以下の連続の式と Navier-Stokes の式を用いる。

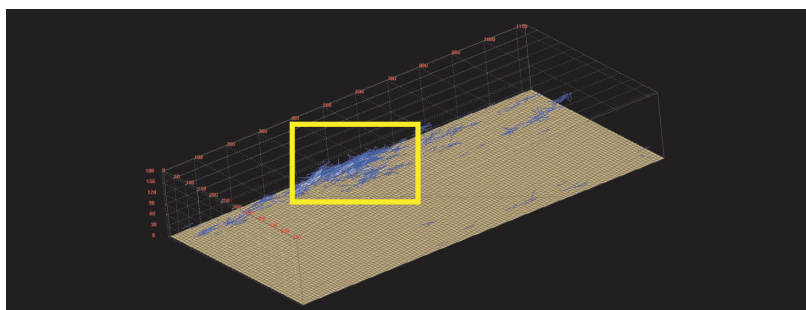
$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (9)$$

$$\rho_f \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{V} \sum_{x_{\nu i} \in V} (-f_{[e,i]}) \quad (10)$$

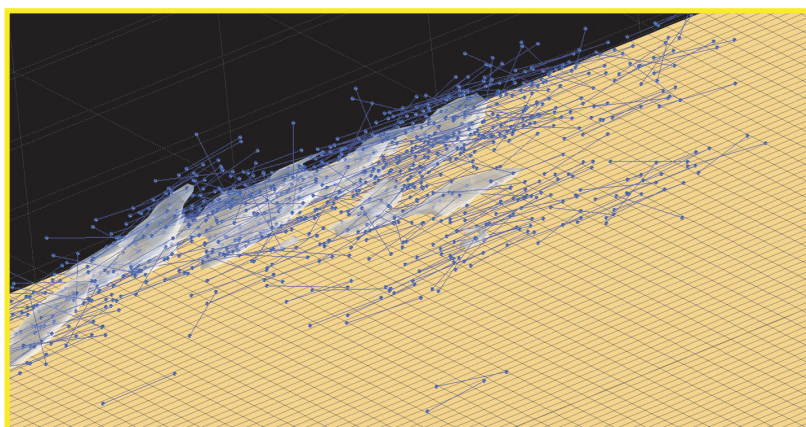
式 (10) の右辺第 3 項 (相互作用項) は流体が要素から受ける力である。また、 $V [\text{m}^3]$ は要素からの反作用を考慮する格子体積である。計算領域を図 2 に示す。図中の δ はチャンネル半幅を示す。初期条件として、平行平板間にマルチビーズモデルをランダムに配向、配置し、流体と離散要素モデルとの相互作用を考慮した計算を行う。流体の境界条件は、壁面上で滑りなし条件、流れ方向とスパン方向には周期境界条件とする。また、マルチビーズモデルの境界条件は、壁面では弾性反射条件、流れ方向とスパン方向には周期境界条件とする。 x, z 方向は等間隔格子、壁に垂直な y 方向は壁面近傍で格子を密にした不等間隔格子を設定する。格子数は、 x, y, z 方向それぞれ $128 \times 96 \times 128$ とした。この時の格子解像度は $\Delta x^+ = 8.84$, $\Delta y^+ = 0.93 \sim 5.97$, $\Delta z^+ = 4.42$ となる。ここで、 $()^+$ は壁面摩擦速度 $u_{\tau 0} [\text{m/s}]$ とニュートン流体の動粘度 ν で無次元化された量を表す。摩擦レイノルズ数は $Re_\tau = u_{\tau 0} \delta / \nu = 180$ であり、流れを駆動させる平均圧力勾配一定とし $u_{\tau 0}$ を算出した。

2.3 プログラム性能

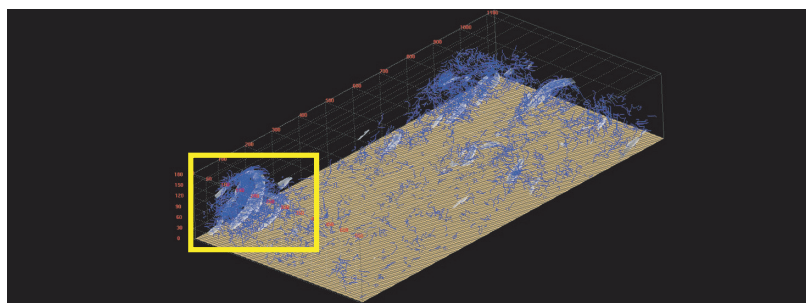
本計算において、Lagrange 的に扱うマルチビーズモデルを追跡するプログラムコードには、if 文の繰り返しが多い点、ベクトル化の困難なルーチンが存在する点により、Euler 的な扱いである流れ場の計算よりも当然、計算負荷が大きくなる。本計算プログラムでは、多数のマルチビーズモデルの運動を個々に計算するため、OpenMP を用いたノード内並列処理及びベクトル演算化を行った。表 1 に Proginf の一例を示す。ここで計算プログラムの解析条件は、摩擦レイノルズ数 $Re_\tau = 180$ 、総要素数 $N_e = 466,944$ とし、計算領域 $L_x, L_y, L_z = 2\pi\delta, 2\delta, \pi\delta$ において、格子点数 $N_x \times N_y \times N_z = 256 \times 192 \times 256$ 、マルチビーズモデルの全体の自然長 $L_{T0}^+ = 32$ 、ビーズ数 $N_B = 17$ とし、1920,000steps (無次元時間 $t^* = 40.8$) にわたって解析したケースと、計算領域 $L_x, L_y, L_z = 2\pi\delta, 2\delta, \pi\delta$ において、格子点数 $N_x \times N_y \times N_z = 128 \times 96 \times 128$ 、マルチビーズモデルの全体の自然長 $L_{T0}^+ = 64$ 、ビーズ数 $N_B = 17$ とし、1500,000steps (無次元時間 $t^* = 45.0$) にわたって解析したケースを行った。使用メモリは約12GBを要した。平均ベクトル長、ベクトル化演算率共に高い値を示しており、本計算プログラムにおける並列化が有効に行われていることがわかる。



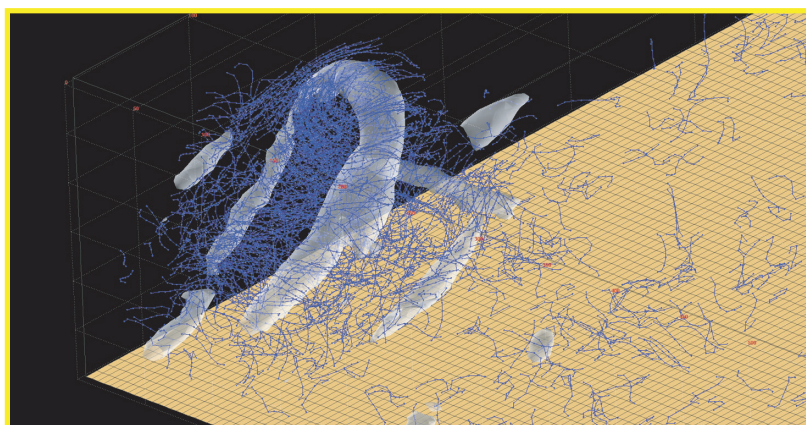
(a) 計算領域($L_{T0}^+ = 32, N_B = 2$)



(b) 拡大図 ($L_{T0}^+ = 32, N_B = 2$)



(c) 計算領域($L_{T0}^+ = 32, N_B = 8$)



(d) 拡大図 ($L_{T0}^+ = 32, N_B = 8$)

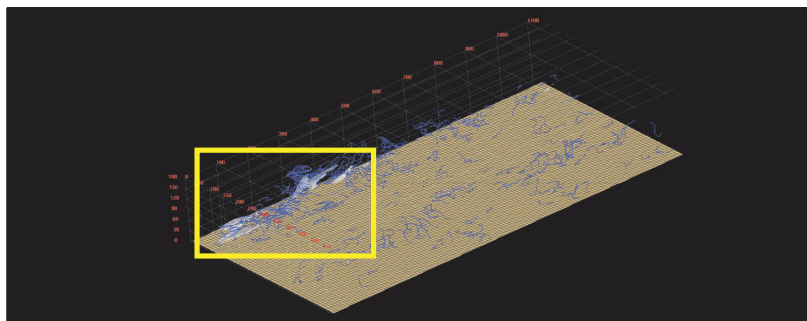
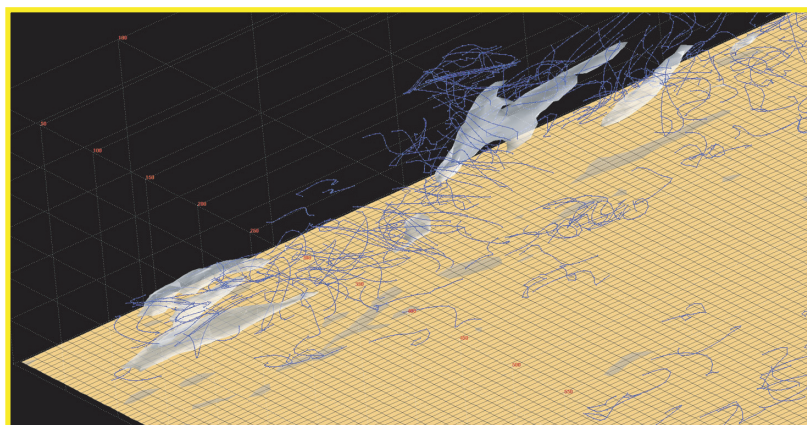
(e) 計算領域 ($L_{T0}^+ = 64, N_B = 17$)(f) 拡大図 ($L_{T0}^+ = 64, N_B = 17$)

図 3 十分発達した流れ場の可視化; (a) 計算領域全体の可視化 ($L_{T0}^+ = 32, N_B = 2$), (b) 渦近傍の拡大図 ($L_{T0}^+ = 32, N_B = 2$), (c) 計算領域全体の可視化 ($L_{T0}^+ = 32, N_B = 8$), (d) 渦近傍の拡大図 ($L_{T0}^+ = 32, N_B = 8$), (e) 計算領域全体の可視化 ($L_{T0}^+ = 64, N_B = 17$), (f) 渦近傍の拡大図 ($L_{T0}^+ = 64, N_B = 17$); 青色線状物体, マルチビーズモデル ($Ed^+ > Ed^+_{average}$); 白色等数値面, 渦構造 ($\Pi^+ = (\partial u_i^+ / \partial x_j^+) (\partial u_j^+ / \partial x_i^+) < -0.03$).

3. マルチビーズモデルが混入した流れ場

3.1 瞬時場の可視化

図 3 に, マルチビーズモデルの全体の自然長 $L_{T0}^+ = 32$, ビーズ数 $N_B = 2, 8$ 及び全体の自然長 $L_{T0}^+ = 64$, ビーズ数 $N_B = 17$ における, 計算部での流れ場 (瞬時の流れ場及びマルチビーズモデルの可視化) を示す. 青い線状の物体は減衰エネルギー E_d が統計平均値以上のマルチビーズモデルを表し, 白の等値面で表される渦の周りに多く存在している. このとき減衰エネルギー E_d は以下の式で定義される.

$$E_d = \sum_{e \in N_B - 1} \frac{1}{2} \eta \Delta v_{[e]}^2 \quad (11)$$

従来の 2 球の離散要素モデル (図 (a), (b)) と比べ今回のマルチビーズモデル (図 (c) ~ (f)) では要素の変形がよく表現できている.

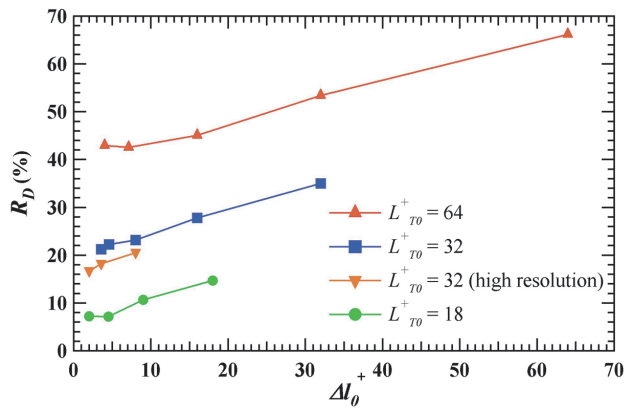


図 4 摩擦抵抗低減率と要素の自然長.

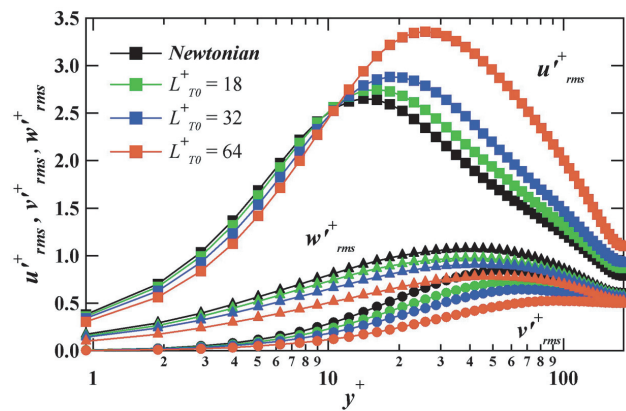


図 5 乱流強度分布.

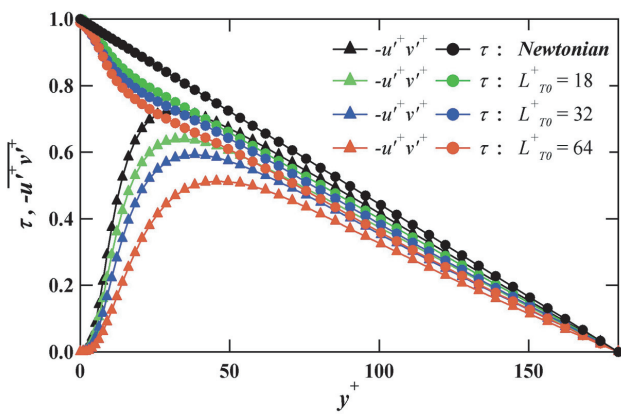


図 6 せん断応力とレイノルズ応力分布.

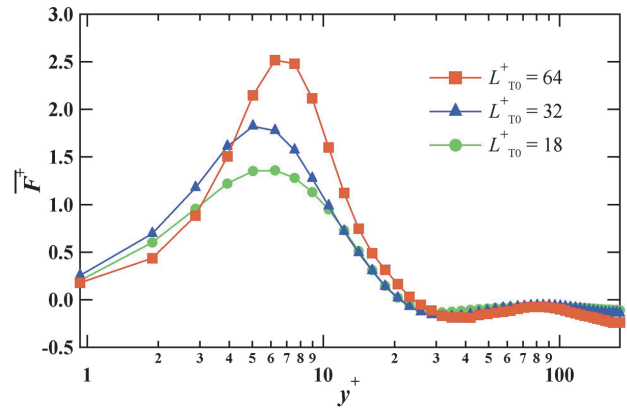


図 7 流体が要素から受ける力の分布

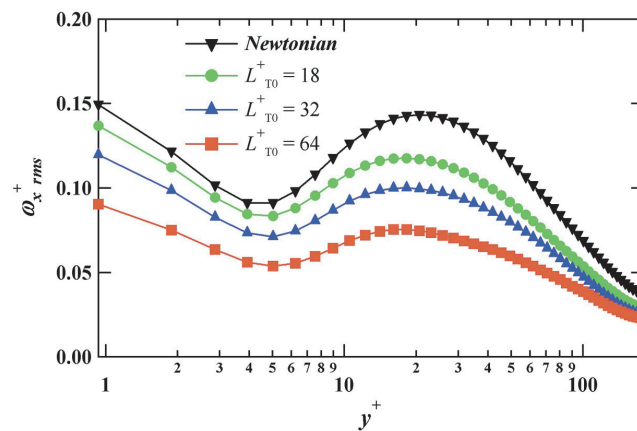


図 8 主流方向渦度強度分布.

3.2 流れ場の統計量

マルチビーズモデルのビーズ間隔 Δl_0 を決定するために、 Δl_0 と摩擦抵抗低減率 R_D の関係を図 4 に示す。マルチビーズモデルのパラメータは、各条件でモデルの全長を固定し、ビーズ数 N_B を変化させることで Δl_0 を変化させる。図 4 より、ビーズ間隔の自然長 $\Delta l_0^+ < 4$ において、摩擦抵抗低減率は要素の全長ごとにそれぞれほぼ一定値を示している。このとき摩擦抵抗低減率は、モデル全長 $L_{T0}^+ = 18$ の時、約 7%、 $L_{T0}^+ = 32$ の時、約 21%、 $L_{T0}^+ = 64$ の時、約 42% である。またモデル全長 $L_{T0}^+ = 32$ の要素を計算する際に格子解像度の影響を調べるために x , y , z 方向に $256 \times 192 \times 256$ とした計算を行った。この時の格子解像度は $\Delta x^+ = 4.42$, $\Delta y^+ = 0.47 \sim 2.99$, $\Delta z^+ = 2.21$ となる。格子解像度を上げた計算では解像度に依存し摩擦抵抗低減率が低くなっている。この時 $\Delta l_0^+ < 4$ のモデルにおいても摩擦抵抗低減率は変化する。ビーズ間隔はスパン方向の格子解像度に依存することが考えられる。以降、格子解像度は $\Delta x^+ = 8.84$, $\Delta y^+ = 0.93 \sim 5.97$, $\Delta z^+ = 4.42$ とし、ビーズ間隔 Δl_0^+ を 4 程度として全長 L_{T0} の変化に関して比較検討する。

図 5 に変動速度強度分布を示す。マルチビーズモデルの全長 L_{T0} を長くすると流れ方向の変動速度 u_{rms}^+ は粘性低層で小さくなり緩和層から流路中央まで大きくなる。流れ方向に直行する成分 v_{rms}^+ , w_{rms}^+ は全領域で減少している。この変動速度強度の変化は Toms 効果に現れる流れ場の特徴と一致する。

図 6 にレイノルズ応力 $-\overline{u^+v^+}$ 及びレイノルズ応力と粘性応力の和 τ を示す。マルチビーズモデルの全長が長いほどレイノルズ応力の減少が見られ、ピーク位置が壁から離れる。またレイノルズ応力と粘性応力の和に見られる応力の欠損部分が大きくなる。この欠損部分はマルチビーズモデルに生じるせん断応力に分配される。

図 7 に流体がマルチビーズモデルから受ける力 F の分布を示す。この力 F は式 (10) の右辺第 3 項であり、以下のように定義される。

$$F = \frac{1}{V} \sum_{\tilde{x}_{(e,i)} \in I'} (-f_{(e,i)}) \quad (12)$$

図 7 より $y^+ > 20$ の壁から離れた領域では負の値をとっているが、 $y^+ < 20$ の壁近傍では正の値をとっていることがわかる。特に緩和層においてモデル全長 L_{T0} が長いほど流体はマルチビーズモデルから大きな力を受ける。これはマルチビーズモデルが流体の運動量を流路中央付近から緩和層への輸送する機構を備えていることを示している。この力の分布を流路全体で積分することでマルチビーズモデルにかかるせん断応力が求められ、このせん断応力がレイノルズ応力と粘性応力の和に見られる応力の欠損部分に当てはまる。

図 8 に流れ方向の渦度強度分布を示す。マルチビーズモデルが混入されることで全領域において渦度強度が小さくなっている。モデル全長 L_{T0} が長いほどその効果は顕著であり、縦渦が多く存在する緩和層でより顕著に減少しているため、縦渦を抑制する効果が大きい。縦渦は摩擦抵抗を増加させる働きがあることが知られている。縦渦の抑制効果は摩擦抵抗低減効果に影響を与えると考えられる。

4. 結論

全長を変化させたマルチビーズモデルをニュートン流体に混入したチャネル乱流 DNS を行い、以下の結論を得た。

- (1) マルチビーズモデルのビーズ間隔 $\Delta l_0^+ < 4$ の領域では、抵抗低減率はビーズ間隔から大きな影響を受けないことを確認した。
- (2) 抵抗低減率は、ビーズ間隔 $\Delta l_0^+ = 4$ モデル全長 $L_{T0}^+ = 18$ の時、約 7%、 $L_{T0}^+ = 32$ の時、約 21%、 $L_{T0}^+ = 64$ の時、約 42% である。
- (3) マルチビーズモデルは壁から離れた領域の流体の運動量を壁近傍へ輸送する効果を有し、その効果はモデル全長 L_{T0} が長いほど緩和層において顕著であると考えられる。

(4) 流れ方向の渦度強度の減少から縦渦の抑制が示唆され、抵抗低減効果に関連があることが考えられる。

謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターの大規模科学計算機システム及びスーパーコンピュータ SX-9 を利用することで実現した。また、研究にあたっては同センター関係各位に有益なご助言とご協力を頂いた。記して感謝の意を表す。

参考文献

- [1] Toms, B. A. *et al.*, Some Observations on the Flow of Linear Polymer Solutions through Straight Tubes at Large Reynolds Numbers, *Proceedings of the 1st International Congress on Rheology*, (1948), pp. 135-141.
- [2] Kajishima, T. *et al.*, Drag Reduction by Polymer Additives in Turbulent Channel Flow Simulated by Discrete-Element Models, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 64, No. 627 (1998), pp. 3636-3643.
- [3] Kuroda, A. *et al.*, Mechanism of Drag Reduction by Addition of Dumbbell-like Small Elements in Turbulent Channel Flow, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series B*, Vol. 70, No. 690 (2004), pp. 303-310.
- [4] Koshi, M. *et al.*, Drag Reduction of Turbulent Channel Flow by Polymer Release from Wall, *Proc. of 6th Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, (2009), pp. 951-954.
- [5] Jin, S. *et al.*, Dynamics of dissolved polymer chains in isotropic turbulence, *New Journal of Physics*, Vol. 9, No. 360 (2007).
- [6] Bird, R. B. *et al.*, *Dynamics of Polymeric Liquids*, Vol. 2(1987), John Wiley and Sons, Inc.