

## [研究成果]

# 大規模直接数値計算による高レイノルズ数 MHD 乱流場の内層構造の解明

山本義暢, 功刀資彰

京都大学大学院工学研究科原子核工学専攻

## 1. はじめに

核融合炉ブランケットにおける冷却材(及び増殖材)の候補の一つである FLiBe(LiF と BeF の混合熔融塩)[1]は, 化学的安定性に優れ及び MHD(Magnet Hydrodynamics)圧損の影響を受けにくいといった利点を持つ反面, 材料腐食, トリチウム回収, 伝熱劣化等の問題が指摘されている. 一般に磁場乱流場においては, 液体金属流(低プラントル数流体:  $Pr \ll 1$ ,  $Pr = \nu/\alpha$ : プラントル数,  $\nu$ : 動粘性係数,  $\alpha$ : 温度拡散係数)を対象とすることが多いため, その伝熱特性の劣化が問題視されることはあまりない. 一方熔融塩である FLiBe はプラントル数 20-30 程度の高プラントル数流体でありその伝熱特性は乱流熱伝達に依存する.

乱流の直接数値シミュレーション (DNS, Direct Numerical Simulation) は計算機能力の飛躍的發展に伴い, 流体物理を基礎とする各種工学分野において, 理論解析・実験室実験に加えて, 第3の解析手法として確立し, 乱流構造の解明, それに付随する乱流熱・物質移動さらには乱流モデルの評価等において, 重要なツールとなっている. 本研究ではプラントル数 25 程度の高プラントル数流体を対象とするため, 速度場の最小スケール (コルモゴロフスケール) よりもさらに小さいバッチェラスケール (プラントル数の 1/2 乗に比例する) に及ぶ温度変動を解析する必要がある. 従ってその直接数値計算においては計算負荷が増大し, スーパーコンピュータ上で大規模メモリ・並列計算が不可欠である. そのため現段階においても非磁場下においてもせん断乱流場においては DNS の実行例は少なく, 磁場下においては皆無である.

筆者らは MHD 乱流場の直接数値シミュレーションを対象とし, ベクトル並列計算機(NEC・地球シミュレータ)及び, スカラー並列計算機(富士通・HPC2500)上で擬スペクトル法をベースとしたコードの開発を行ってきた[2-4]. 本手法は, 高メモリバンド幅かつ高速ノード間通信能力を必要とするため, ベクトル並列計算機上で非常に優れたコストパフォーマンスを発揮する. さらに今年度東北大学サイバーサイエンスセンターの SX-9 を用いることにより, 核融合炉・ブランケット設計条件を対象とした高レイノルズ数・高プラントル流体の MHD 乱流熱伝達に関する高精度 DNS データベース構築に成功した. 本報ではその概要を紹介する.

## 2. DNS の概要

### 2.1 計算条件

高プラントル流体である FLiBe を用いたブランケットの設計条件は, バルクレイノルズ数( $Re_b$ )が  $10^4$ - $10^5$ , 磁場効果を示すハルトマン数(Ha)は 20-100 程度である[5]. DNS における  $Re_b$  数の増加に伴う計算コストの関係を図 1 に示す. ここに縦軸は必要メモリ量[GB](あるいは 1 ケースあたりの計算時間を 1 ヶ月程度とした場合の必要実効演算速度[Gflops])である.  $Re_b=10^4$ ,  $Pr=25$  の場合に 1TB のメモリ, 1TFlops 程度の実効演算速度が必要となることがわかる.

また青色で示した領域は, 文部科学省と米国エネルギー省との協力による核融合分野プロジェクト研究(Jupiter-II)[6]により得られた実験データベースの範囲を示す. FLiBe は光学計測等が困難であり, 乱流運動特有の多次元・非定常計測や乱流熱伝達計測が難しい. そこで Jupiter-II 計画では, FLiBe の模擬流体として KOH( $Pr=5$  程度)が使用された. 従って FLiBe のような高プラントル

流体の高レイノルズ数における MHD 乱流熱伝達データは、室内実験においても現在まで得られていない。

図 2 に対象とする流動場の概要及び座標系を示す。座標系は主流方向を  $x$  軸、鉛直方向を  $y$  軸、スパン方向を  $z$  軸とした。流れ場は、主流方向に一定の圧力勾配( $F=u_c^2/h$ ,  $u_c$ : 壁面摩擦速度,  $h$ : チャンネル半値幅)により駆動される平行平板間流れである。加熱条件としては、上壁加熱の温度差一定条件( $\Delta\theta=\theta_{top}-\theta_{bottom}=\text{一定}$ ,  $\theta_{top}$ : 上壁温度,  $\theta_{bottom}$ : 下壁温度)とし、上・下壁温はそれぞれ一定である。また温度場はパッシブスカラーとした。磁場は、低温壁側(下壁側)から上壁に向かって一定磁束密度( $B_y$ )で一様に印加した。表 1 に計算条件を示す。ここに上付き添え字+は、摩擦速度と動粘性係数により無次元化された値であることを示す。本研究では、実験データベースと同等条件(CASE1)及び高レイノルズ数条件(CASE2), そして FLiBe の高プラントル数条件(CASE3)を設定した。すなわち摩擦速度とチャンネル幅( $2h$ )に基づくレイノルズ数は最大で 1000 であり、バルクレイノルズ数( $Re_b=U_b 2h/\nu$ ,  $U_b$ : バルク速度)は約 40000 程度、チャンネル幅( $2h$ )に基づくハルトマン数  $Ha=B_y 2h(\sigma/\rho\nu)^{1/2}$ ,  $\sigma$ : 電気伝導度,  $\rho$ : 密度)は最大で 68 である。

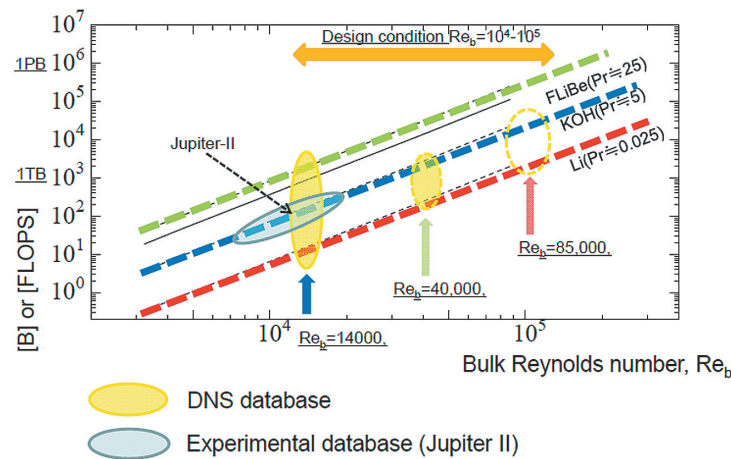


図 1 高プラントル数流体 MHD 乱流の直接数値計算における必要計算機資源

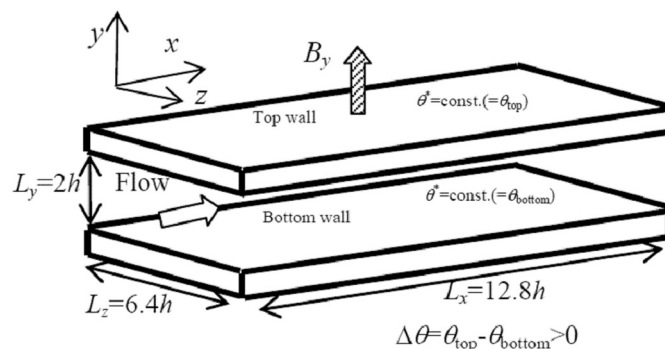


図 2 計算体系と座標系

表1 計算条件

	Computer	$Re_\tau$	Pr	Ha	Grid number $N_x, N_y, N_z$	Resolution $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$
CASE1 (KOH)	T2K/ Express5800	400	5.25	0,16,20, 24,28,32	288,432,288	17.8, 0.3-2.0, 8.9
CASE2 (KOH)	SX-9	1000	5	0,24,48,68	768,1032,768	16.7,0.3-2.0,8.3
CASE3 (FLiBe)	SX-9	400	25	0	2048,870,1024	2.5,0.1-1.0,2.5
CASE3 (FLiBe)	SX-9	400	25	20,28	1600,870,800	3.2,0.1-1.0,3.2

## 2.2 基礎方程式

基礎方程式は次式(1)-(4)に示す，非圧縮性流体における，連続式(1)及び低磁気レイノルズ数の仮定に基づく電位ポテンシャル[7]を用いた Navier-Stokes 式(2)，電位ポテンシャルのポアソン方程式(3)及びエネルギー方程式(4)である．

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + \frac{\partial u_i^* u_j^*}{\partial x_j} = F \delta_{i1} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{p^*}{\rho} \right) + \nu \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\sigma}{\rho} \varepsilon_{ijk} \left( -\frac{\partial \phi^*}{\partial x_j} + \varepsilon_{jlm} u_l^* B_m \right) B_k, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \varepsilon_{ijk} u_j^* B_k \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_i^*}{\partial t} + \frac{\partial \theta_i^* u_j^*}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (4)$$

ここに， $u_i (=u, v, w (i=1,2,3))$ は主流( $x, i=1$ )，鉛直( $y, i=2$ )，スパン( $z, i=3$ )方向への速度， $t$ : 時間， $p$ : 圧力， $\phi$ : 電位ポテンシャル， $\theta$ : 温度である．また上付き添え字\*は瞬間値であることを示す．さらに $\delta_{ij}$ ， $\varepsilon_{ijk} (i,j,k=それぞれ 1,2,3)$ はクロネッカーのデルタ，エディントンのイプシロンであり，繰り返し添え字は縮約規約に従うものとする．

## 2.3 計算手法

空間の離散化は，主流及びスパン方向にフーリエ・スペクトル法，鉛直方向に2次精度の中心差分を用いた．時間進行は対流項及び磁場項に3次精度のRunge-Kutta法，粘性(拡散)項にCrank-Nicolson法，圧力勾配項にEuler陰解法を用いた．また主流及びスパン方向のエイリアジング誤差は3/2則によりこれを除去した．格子系は，鉛直方向速度成分( $u_2=v$ )の定義をその他の物理量から半格子分ずらしたスタガード格子[8]を使用した．

## 2.4 境界条件

境界条件は全物理量に対し，主流及びスパン方向に周期境界条件とし，壁面で速度場にno-slip条件，電位ポテンシャルは絶縁壁を仮定し，勾配0，温度は一定とした．またスパン方向の平均電流は0とした．

### 3. 並列化の概要

#### 3.1 領域分割とノード間通信

本 DNS コードでは  $y$  方向への 1 次元領域分割とノード間通信方法として MPI(Message Passing Interface)を用いている. 主要通信部分は,  $y$  方向への差分用ステンシルに関する Shift 通信及び図 3 に示すように,  $y$  方向の三重対角行列解法(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)に伴う,  $y$  軸から  $z$  軸への分割軸変更によるデータ転置の Alltoall 通信である. これまで, Alltoall 通信に関しては, 派生データタイプを用いた MPI\_ISEND/IRECIVE を用いていたが, 今回 SX-9 に適用するにあたり, グローバルメモリ (GM)上でのリモートメモリアクセス(RMA)機能を利用した MPI\_PUT による one-side 通信[9]に変更した. さらに Alltoall 通信において特定ノード(及び CPU)に通信が集中することによる通信のコンフリクトを防ぐために, 図 4 のようなノード間通信のスケジューリング[10]をあわせて実装した.

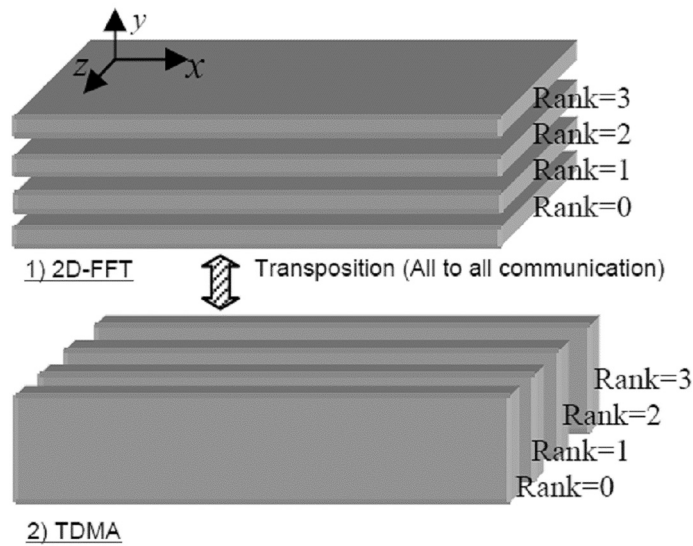


図 3 1 次元領域分割方法とデータ転置(4 並列の場合)

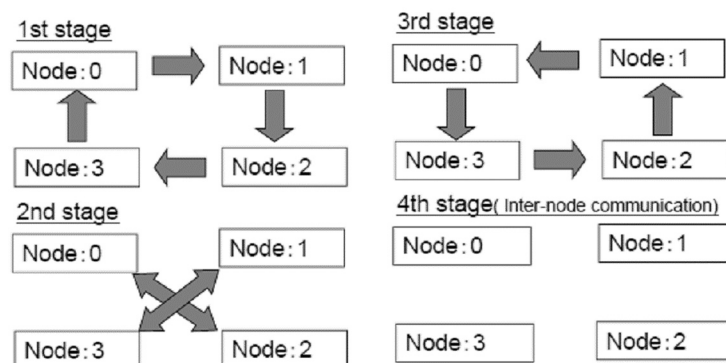


図 4 ノード間通信のスケジューリング(4 ノードの場合)

### 3.2 ハイブリッド並列

多並列計算時の通信量の低減(具体的には Shift 通信の低減)を目的とし、ノード内計算において Microtasking による自動並列[11]を組み合わせたハイブリッド並列化を適用した。しかし一部において不均一な並列効果が現れ、特に三重ループの二重目に自動並列をかける場合に、性能劣化が著しいことがわかった。そこでこの場合は、三重ループの外側に二重目のループを並列化するためのダミーのループを設定することにより均一な並列効果が得られるようになった。さらに自動並列化が適用できない部分については、計算順序の変更あるいは指示行追加[11]によりほぼ全ループを並列化した。

### 3.3 計算アルゴリズムの変更

プログラムインフォメーションにより、並列数が多くなると演算部分の比率が小さくなる一方で、データコピーの部分の影響が大きくなることがわかった。とくにエイリアジング誤差を取り除く 3/2 則を適用する部分が顕著であったため、3/2 則から位相シフト法[12]への変更も試みた。位相シフト法では、ほぼ同一の演算量でデータコピー量を抑えることができる。しかしアルゴリズム上、同一格子数の場合は 3/2 則と比較し、有効波数が若干減少する。

## 4. SX-9 上での性能評価

今回、改良した DNS コードを SX-9 に適用しその性能を検討した。さらに東北大学サイバーサイエンスセンターの協力を得て、16 ノード/256 並列の環境まで実行することができた。以下にその結果を報告する。

### 4.1 MPI 通信時間

表 2 はマルチノード(4 及び 16 ノード)環境での MPI 通信時間(Shift 通信+Alltoall 通信)の計測結果である。理論的には、Alltoall 通信の通信量は MPI プロセス数に依存せず、バイセクションバンド幅に依存し、これの増加により、通信時間は減少する。一方 Shift 通信は MPI プロセス数が増えると、通信量は増加し、通信時間も増加する。

実測値においても、Alltoall 通信部分はノード数が同じ場合はほぼ一定であり、ノード数の増加に伴い通信時間が減少している。16 ノードと 4 ノードの場合の通信比率は 0.38 程度でありこれは、理論値の 82%に達する。但し、4 ノードと 8 ノードの比較においては、ほぼ理論値の通信比率(99%)が得られているため最適化の余地は残っていると思われる。

一方、Shift 通信部分は、MPI 並列数の増加に伴い増加している。特に 16 ノード/256MPI 並列の場合は、Shift 通信部分が Alltoall 通信を上回っていることがわかる。ハイブリッド並列によりノード内 MPI 並列数を減少させると、通信時間も減少する。同一の MPI 並列数(4 ノード/64MPI 及び 16 ノード/64MPI 並列)で比較すると、16 ノード/64 並列の場合が通信時間は短くなっている。これは 16 ノード/64 並列の場合は、1 つの通信あたりのノード間通信幅が増加したことが原因と考えられる。

以上により MPI 通信部分については、グローバルメモリ機能、MPI\_PUT による one-side 通信及びノード間通信のスケジューリングにより SX-9 の高速ノード間通信性能を引き出せているものと考えられる。



表2 マルチノード環境での MPI 通信時間

ノード数	MPI 並列数	自動並列数	Alltoall 通信時間[s]	Shift 通信時間[s]
4	64	1	24.43	5.69
4	16	4	24.83	2.83
16	256	1	10.4	12.73
16	64	4	9.5	4.88

#### 4.2 メイン演算部分の並列性能

本 DNS コードにおいては、2次元高速フーリエ変換(2D-FFT)及びy方向差分演算に伴う TDMA 解法がメイン演算部分である。表3は4ノードの場合の FlatMPI 及びハイブリッド並列の比較を示す。ハイブリッド並列は MPI 並列の場合とほぼ同等(約 93%)の並列性能が得られていることが確認できた。なおノード内自動並列は8までは、FlatMPI の90%以上の並列性能が得られたが、16の場合は、並列化効率の劣化がみられた。この点は今後検討する必要があると思われる。

表3 メイン演算部分のハイブリッド並列の性能

ノード数	MPI 並列数	自動並列数	2D-FFT [s]	TDMA [s]
4	64	1	101.63	4.26
4	16	4	102.32	4.48

#### 4.3 並列化効率と実効性能

図5にハイブリッド並列(ノード内は4自動並列)による、ノード数増加による計算実行時間の变化を示す。また計算実行時間は4ノード/64並列の場合を基準に規格化している。4ノードと16ノードの比較により求めた Strong scaling による並列化率( $\alpha$ )は0.99865であり、並列化効率は73.42%となる。4ノード以上の場合は、通常ジョブクラス外であり、1回のみを試行でチューニング等を行うことは今回できなかったことを考えると、良好な並列性能が得られていると考えられる。

図6にハイブリッド並列(ノード内は4自動並列)による、実効演算速度を示す。また比較のため地球シミュレータ(ES)の結果も併記している。3/2則を使用した場合、SX-9では、16ノードで4.3TFlopsの実効演算速度が得られた。これは理論性能の16%程度であり、3/2則を用いた場合の地球シミュレータの2048CPUの演算速度(4.2TFlops)と同等である。

今回時間の都合上、16ノードでは、エイリアジング誤差の除去を位相シフト法に変更した場合のケースを実行することができなかったが、地球シミュレータでは、この場合に2048CPUで5.3TFlops程度の実効演算速度が得られている。SX-9/4ノードの場合における3/2則と位相シフト法の実効演算速度比として、1:1.15倍程度の値が得られているため、SX-9/16ノードでも実効演算速度の向上が期待できる。また今回は16ノードの場合の占有可能時間を考慮して、16ノードの場合の計算実行時間が1分程度となるように設定した。そのため16ノードの場合は、初期化等の影響が多少大きく出ている。従って実行時間が十分に長い場合はより良好な実効演算性能が得ら

れるものと考えている。

以上により、SX-9/16 ノードを利用することにより、通常クラスの4ノードで1ヶ月程度かかる計算が10日程度で実行可能であることが確認できた。また図1の黄色点線で示すブランケット設計条件の上限(バルクレイノルズ数 85000)程度のケースが1ヶ月程度で実行可能となり、SX-9の大規模計算における非常に高い優位性が確認できる。なお Express5800 及びその他スカラー並列計算機での並列化及びその性能評価については文献[13]を参照されたい。

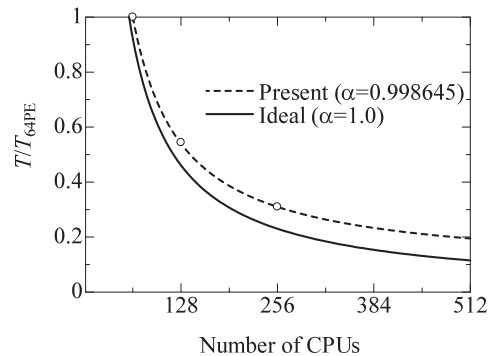


図5 ハイブリッド並列による台数効果

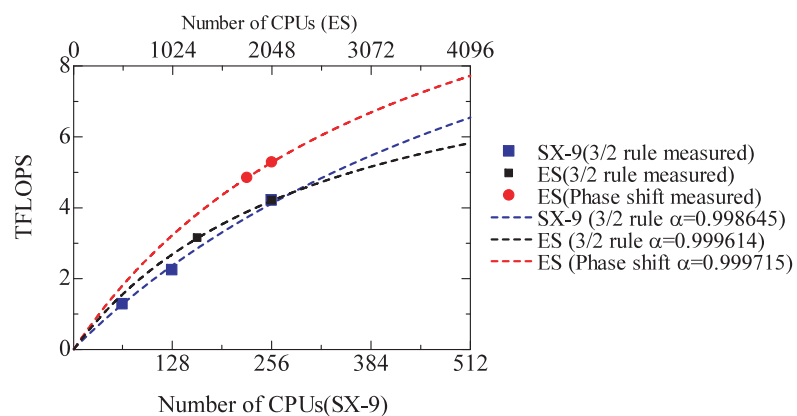


図6 ハイブリッド並列による実効演算速度(地球シミュレータとの比較)

## 5. DNS データベース

上記の DNS コードを用いて今年度、核融合炉・ブランケット設計条件を対象とした高レイノルズ数・高プラントル流体の MHD 乱流熱伝達に関する高精度 DNS データベース構築に成功した。最後にその一部を簡単に紹介する。

図7に CASE3 におけるチャンネル中央付近での主流方向変動速度と温度変動のコンタを示す。高プラントル流体( $Pr=25$ )においては、速度場より微細な温度変動が生じていることが確認できる。

図8に CASE2 における主流方向変動速度のコンタを示す。ここに平均流は紙面の垂直方向に流れている。Ha=0 の非磁場化では大規模な渦構造が確認できるが、Ha 数の増加(磁場効果の増加)に伴い渦構造が壁面近傍のみに抑制されていることがわかる。この MHD 効果による乱流低減に

伴う乱流熱伝達の劣化の評価が高プラントル流体をブランケットに適用する際における重要な検討事項の一つとなっている。

図9にCASE1及び3におけるMHD効果( $N=Ha^2/Re_\tau$ )による伝熱劣化を示す。各ケースにおけるヌッセルト数は、 $Ha=0$ の場合を基準として規格化している。参考のためBlumによる実験相関式[14]とYokomineらにより得られた実験値[6]を併記している。Pr=5.25のDNS結果は、Yokomineらの結果と良好に一致する。またFLiBeを対象としたPr=25の結果は、プラントル数の違いにかかわらず、Pr=5.25の結果ともよく一致する。以上の結果より、熔融塩(FLiBe)を用いるブランケット設計における熱伝達評価式として、次式(5)を提案する。

$$Nu/Nu_{Ha=0}=1-5.5N \quad (5)$$

また高レイノルズ数のMHD乱流場においては、平均流はハルトマン境界厚に基づくレイノルズ数Rによりスケーリングできることが示されている[15]。これは、熱伝達及び乱流諸量も特定の乱流パラメータでスケーリングできる可能性を示している。そこでDNSデータベースを用いて、MHD乱流場の内層(壁面近傍)におけるスケーリングについて検討を行った。その結果、ハルトマン境界層厚に基づくレイノルズ数が等しい流れ場においては、実効乱流レイノルズ数が等しい流れ場であることがわかった。この実効乱流レイノルズ数をスケーリングパラメータとすると、壁面近傍の乱流諸量のみならず、渦構造の空間スケールも相似になることがわかった。

例として図10に示すように $Re_\tau=1000$ 、チャンネル半値幅に基づくハルトマン数34の場合は、ハルトマン境界層厚に基づくレイノルズ数は580程度となる。この時、 $Re_\tau=500$ 、ハルトマン数17の場合と相似になる。そしてこのときの実効乱流レイノルズ数は250程度となり、渦構造のスケールはこの実効乱流レイノルズ数でスケーリングできる。また図11に示すように速度場のみならず温度場においても相似性が確認され、さらにその乱流熱伝達は実効乱流レイノルズ数によりスケーリングできることがわかった。

## 6. おわりに

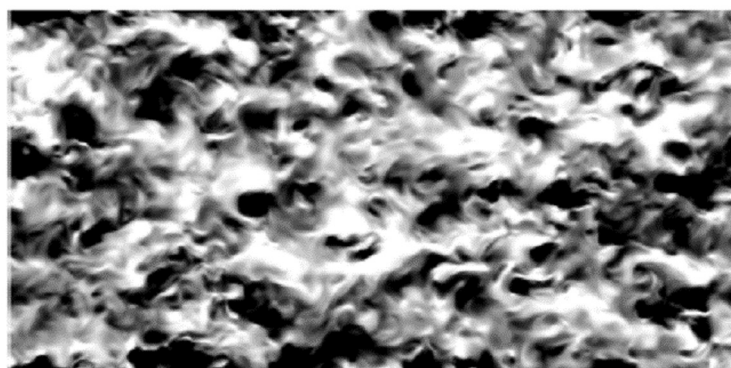
MHD乱流場の直接数値計算コードに対し、東北大学サイバーサイエンスセンターのSX-9のマルチノードシステムへの改良を実施した。その結果16ノードシステムで評価した結果、4.3TFlopsの実効演算速度を確認でき、高レイノルズ数MHD乱流場大規模直接計算の高速演算が可能となった。

この改良コードを用い核融合炉・ブランケット設計条件を対象とした高レイノルズ数・高プラントル流体のMHD乱流熱伝達に関する高精度DNSデータベース構築に成功した。得られたDNSデータベースにより、熔融塩(FLiBe)を用いた場合のMHD熱伝達相関式を提案するとともに、MHD乱流現象のスケーリング則について検討し、そのスケーリングパラメータ(実効乱流レイノルズ数)を同定した。今後は実効乱流レイノルズ数を基礎パラメータとして、乱流モデリング及び熱伝達輸送機構等に関する詳細解析を実施する予定である。

## 謝辞

本計算の並列化・高速化及びその性能評価において、東北大学サイバーサイエンスセンター関係各位に有益なご指導とご協力をいただいた。また本研究は、文部科学省科研費(若手B, 21760156)及びグローバルCOEプログラム(J-051)「地球温暖化時代のエネルギー科学拠点」の援助を受けて行ったものである。





1)



2)

図7 主流方向変動速度と温度変動(チャンネル中央部), CASE3, Pr=25, Ha=0

1)主流方向変動速度  $-4(\text{black}) < u^+ < 4(\text{white})$ , 2) 温度変動  $-0.04(\text{black}) < \theta/\Delta\theta < 0.04(\text{white})$

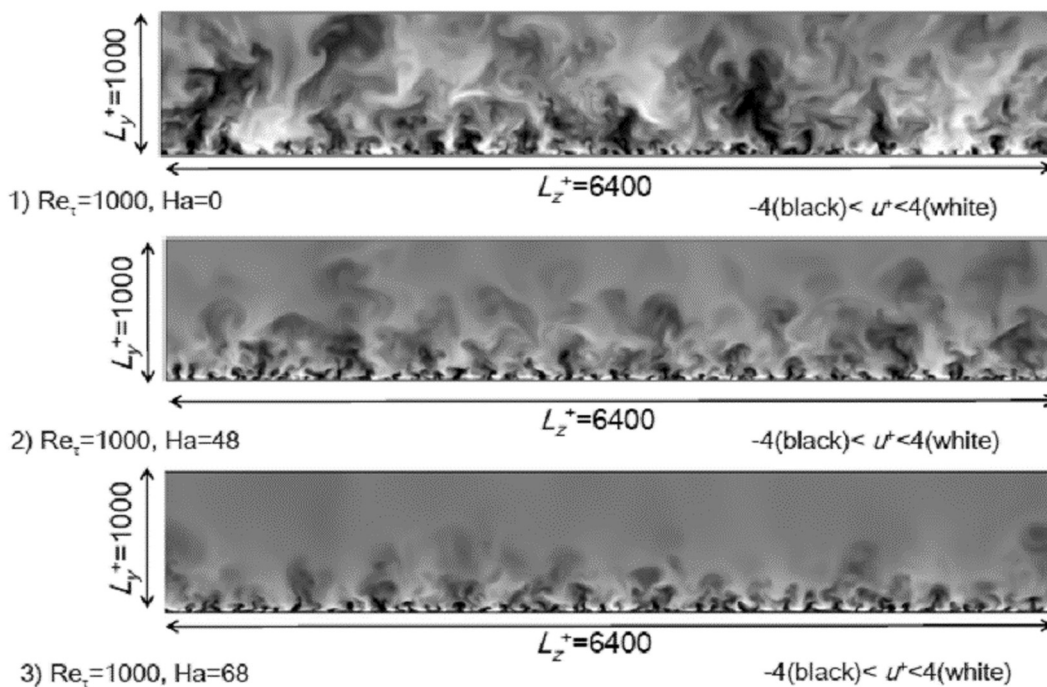


図8 主流方向変動速度(チャンネル横断面), CASE2

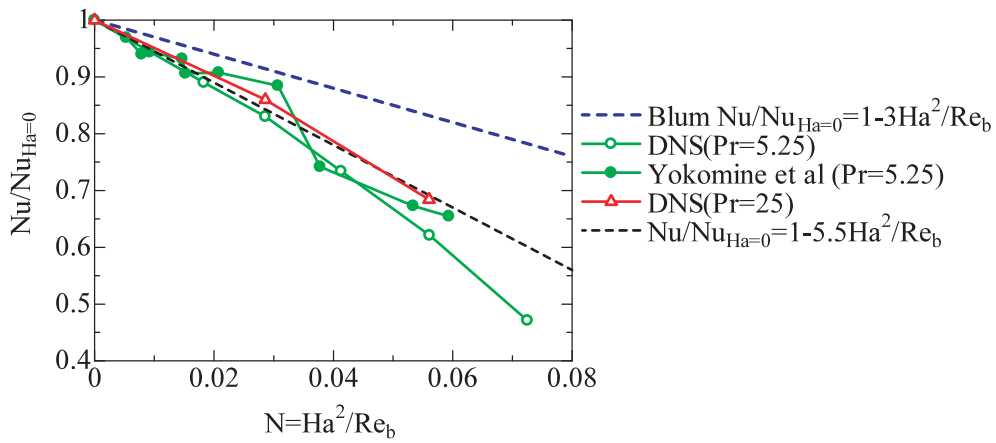


図9 MHD 効果による伝熱劣化(CASE 1 及び 3)

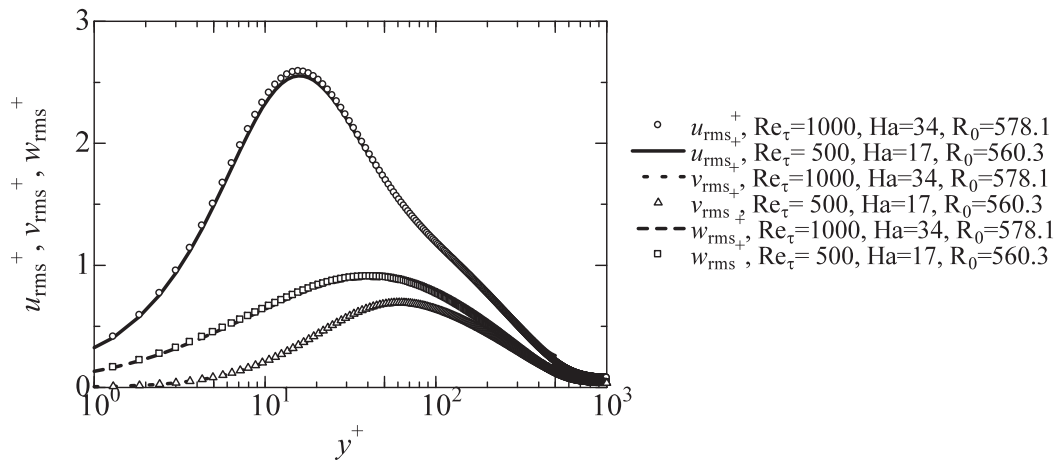


図10 実効レイノルズ数が等しい場合における乱流強度の相似性

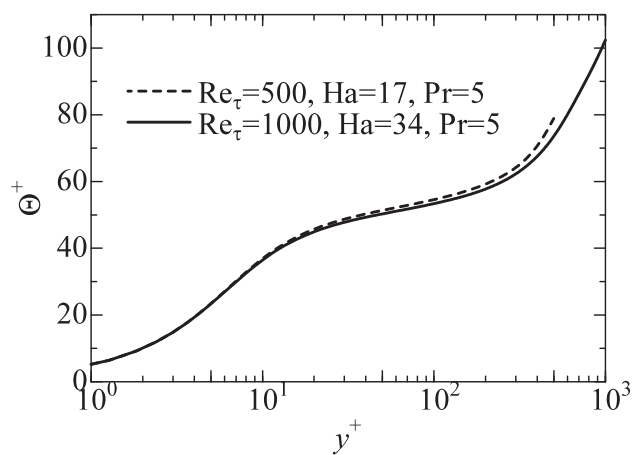


図11 実効レイノルズ数が等しい場合における温度分布の相似性

## 参考文献

- [1] A. Sagara, O. Motojima, K. Watanabe, S. Imagawa, H. Yamanishi, O. Mitarai, T. Sato, H. Chikaraishi and FFHR Group, Blanket and Divertor Design for Force Free Helical Reactor (FFHR), *Fusion Engineering and Design*, 29 III, 51(1995).
- [2] C. Arakawa, M. Iida, Y. Kaneda, T. Ishihara, H. Kawamura, Y. Yamamoto, T. Gotoh, and T. Watanabe, Direct Numerical Simulations of Fundamental Turbulent Flows with the Largest Grid Numbers in the World and its Application of Modeling for Engineering Turbulent Flows, *Annual Report of the Earth Simulator Center*, ISSN1348-5822, 217(2006).
- [3] Y. Yamamoto, T. Kunugi, S. Satake, and S. Smolensev, DNS and k-epsilon model simulation of MHD turbulent channel flows with heat transfer, *Fusion Eng. Des.*, 83,1309(2009).
- [4] Y. Yamamoto, T. Kunugi and Y. Tsuji, Effects of very-large scale structures in a high-Reynolds turbulent channel flow on medium-high Prandtl number, *Turbulence, Heat and Mass Transfer* 6, K. Hanjalic, Y. Nagao and S. Jakirlic(ed.), 123(2009).
- [5] C. Wong, S. Malang, M. Sawan, I. Sviatoslavsky, E. Mogahed, S. Smolentsev, S. Majumdar, B. Merrill, R. Mattas, M. Friend, J. Bolin, and S. Sharafat, Molten salt self-cooled solid first wall and blanket design based on advanced ferritic steel, *Fusion Eng. Des.* 72, 245(2004).
- [6] T. Yokomine, J. Takeuchi, H. Nakaharai, S. Satake, T. Kunugi, N. B. Morley, and M. A. Abdou, Experimental investigation of turbulent heat transfer of high Prandtl number fluid flow under strong magnetic field, *Fusion Sci, and Tech*, 52, 625(2007).
- [7] Y. Simomura, Large eddy simulation of magnetohydrodynamic turbulent channel flows under a uniform magnetic field, *Phys. Fluids A* 3, 3098(1991).
- [8] S. Satake, T. Kunugi, K. Takase, and Y. Ose, Direct numerical simulation of turbulent flow under a uniform magnetic field for large-scale structures at high Reynolds number, *Phys. Fluids* 18, 125106(2006).
- [9] 大泉健治, 江川隆輔, 伊藤英一, 岡部公起, 小林広明, スーパーコンピュータシステム SX-9 の紹介と性能評価, *SENAC*, Vol.42-1,(2009)
- [10] 小林広明, 滝沢寛之, 小久保達信, 岡部公起, 伊藤英一, 小林義昭, 浅見暁, 小林一夫, 後藤記一, 片海健亮, 深田大輔, HPC チャレンジでの SX システムの性能評価, *SENAC* Vol.38 No.1, (2005-1).
- [11] 橋本ユキ子, FORTRAN90/SX の自動並列化について, *SENAC*, Vol.35-3 (2002)
- [12] G.S. Patterson and S.A. Orszag, Spectral calculations of isotropic turbulence: Efficient removal of aliasing interactions, *Phys. Fluids*, 14, 2538(1971).
- [13] 山本義暢, 功刀資彰, T2K オープンスパコンを用いた高プラントル数流体 MHD 乱流の大規模直接数値計算, 京都大学学術情報メディアセンター 広報, vol.9-2, 2(2010).
- [14] E. YA. Blum, "Effect of a magnetic field on heat transfer in the turbulent flow of conducting liquid", *High Temperature*, 5, 68(1967).
- [15] T. Boeck, D. Krasnov and E. Zienicke, Numerical study of turbulent magnetohydrodynamic channel flow, *J. Fluid Mech.* 572, 179(2007).