

[共同研究成果]

平行平板間流れにおける乱流斑点の発達に関する DNS 解析

塚原 隆裕* 會田 紘史** 川口 靖夫*

*東京理科大学 理工学部 機械工学科

**東京理科大学大学院 理工学研究科 機械工学専攻

1. 序論

我々の身の回りには様々な流れが存在し、それらは人間生活に深く関わっているものが多い。これらの流れはそのほとんどが激しく波打ち、複雑に渦を巻く乱流である。乱流は時間的・空間的に不規則であり、つまり三次元的な強非線形現象であるため、その流れを予測することは非常に困難である。乱流現象の解明に向け多くの実験的研究が古くから行われてきた一方で、今ではコンピュータの高性能化と CG (コンピュータ・グラフィックス) 技術の進歩により、CFD (Computational Fluid Dynamics) も重要なアプローチの一つとなっている。特に、支配方程式をモデル化せずに厳密に解く直接数値シミュレーション (DNS: Direct Numerical Simulation) は、その信頼性から、乱流構造の解明に大きく貢献してきた。本研究でも行う DNS から得られた解析結果やデータベースは、実験と比較され、理論的解析や乱流モデルに広く応用されている。DNS の実行には膨大な CPU メモリと計算時間を要するものの、実験では得難いデータを DNS によって精度良く得ることができる。また、大型並列計算機を用いることで、実験困難な流路規模 (周期境界による仮想無限流路) の数値実験を行うことができるため、本研究対象のような遷移レイノルズ数域の流動現象の解明には適したアプローチである。

平行平板間乱流においてレイノルズ数を遷移域まで下げていった場合、局所的な準層流域と乱流域が縞状に分布した乱流縞構造が発生し維持されることを、Tsukahara ら [1, 2, 3] が DNS を用いて発見した。これは、水平方向の計算領域のサイズに関して、従来の DNS で用いられたものに比べ大規模に設定したことにより、 $Re_\tau \leq 80$ ($Re_\tau = u_\tau \delta / \nu$, u_τ : 壁面摩擦速度, δ : チャネル半幅, ν : 動粘性係数) において、過去の (実々験を含む) 研究では捉えることが困難であった大スケールの構造を捉えたものである。乱流縞構造では、準層流域と乱流域が主流方向に対して規則的な角度 ($20^\circ - 30^\circ$) を保ち、ポアズイユ流れでは構造が下流へと移動する。この乱流縞構造は、Hashimoto ら [4] の可視化実験においても $Re_m < 2000$ ($Re_m = u_m \delta / \nu$, u_m : バルク平均速度) で観察されている。以上のように、乱流縞構造は実験・数値計算共に、乱流状態の流れ場からレイノルズ数を下げることにより発生が確認されている。クエット流れにおいては、乱流斑点が発達することで乱流縞構造が発生することを Duguet ら [5] が報告している。

本研究では、平行平板間ポアズイユ流れを解析対象とし、乱流斑点の発達により乱流縞構造が発生すると考え、DNS 解析を行った。さらに、乱流斑点の発達速度や渦構造を可視化し、Tsukahara ら [1, 2, 3] により得られた乱流縞構造との比較を行う。

2. 解析手法

2.1 解析対象

解析対象となる流れ場は、非圧縮性ニュートン流体における平行平板間ポアズイユ流れである。図 2.1 に示すように、流れは一定の圧力勾配により駆動される。壁面上では滑り無し条件とし、無限に広い平行平板を模擬するため、主流 (x) 方向及びスパン (z) 方向には周期境界条件を適用した。レイノルズ数は $Re_\tau = 56$ とした。非常に大規模な計算領域 ($L_x \times L_y \times L_z = 731.4\delta \times 2\delta \times 365.7\delta$) を適用することで、単独の乱流斑点の成長を長時間追跡した。

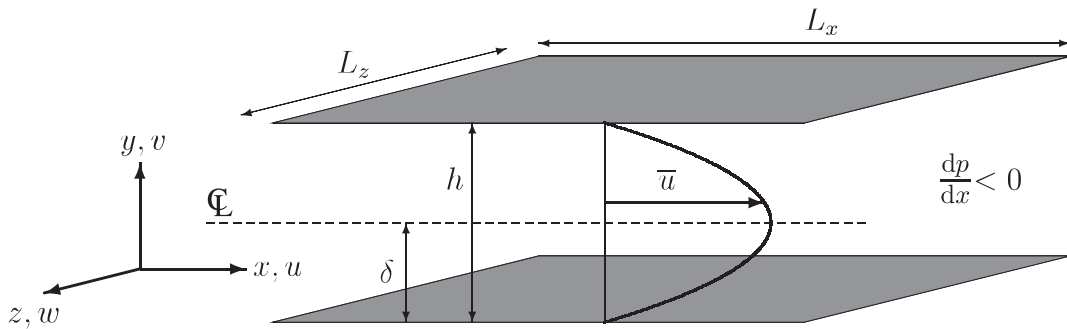


図 2.1 解析対象

2.2 支配方程式

本研究では、非圧縮性流体の運動を記述する以下の支配方程式について、モデル化せず数値的に直接解くことで乱流現象を忠実に再現する。

- 連続の式

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

- 運動量方程式 (Navier-Stokes 方程式)

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial t^*} + u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u_i^+}{\partial x_j^{*2}} \quad (2.2)$$

ここで、三次元の直交座標系とし ($i = 1, 2, 3$)、 u_i は速度、 p は圧力、 t は時間を表す。上添え字 (+) は u_τ 及び ν で、(*) は δ でそれぞれ無次元化された物理量であることを示す。また、一つの項で繰り返されている添え字 (i, j) はアインシュタインの総和規約に従う。

表 2.1 プログラム性能 (SX-9 利用)

CPU 時間 [h:m:s]	1:39:54	プロセッサ同時実行時間	
MOPS 値	56797	Conc. Time(>= 1) (sec)	21847.85
MFLOPS 値	28710	Conc. Time(>= 2) (sec)	20891.90
MOPS 値 (実行時間換算)	356440	Conc. Time(>= 3) (sec)	19925.18
MFLOPS 値 (実行時間換算)	180175	Conc. Time(>= 4) (sec)	18865.85
平均ベクトル長	255.98	Conc. Time(>= 5) (sec)	18671.95
ベクトル演算率 [%]	99.76	Conc. Time(>= 6) (sec)	18598.55
メモリサイズ [MB]	97280	Conc. Time(>= 7) (sec)	18315.93

2.3 計算手法

連続の式と Navier-Stokes 方程式のカップリングには Fractional-step 法を用いた。時間的離散化には、対流項、粘性項 (x, z 方向) に 2 次精度 Adams-Bashforth 法、粘性項 (y 方向) に 2 次精度 Crank-Nicolson 法を適用した。空間的離散化には、 x 方向と z 方向に 4 次精度中心差分を、 y 方向には 2 次精度中心差分を用いている。

2.4 計算条件

本研究では、初期条件として定常状態の層流の流れを与え、さらに攪乱を与えることで乱流斑点を発生させる。初期攪乱として、Henningson ら [7] による解析に基づき、以下に示す流れ関数 ψ を用いた。

$$\psi = A (1 - y^2)^2 z e^{-x^2 - z^2} \quad (2.3)$$

$$v = \psi_z \quad (2.4)$$

$$w = -\psi_y \quad (2.5)$$

式(2.3)–(2.5)より、壁面垂直方向速度 v 及びスパン方向速度 w が与えられ、 x - y 面について対象な一对の渦が与えられる。また、チャンネル中央における主流方向の流速と渦の壁面垂直方向の最大流速が一致するように定数 A を与えた。

2.5 プログラム性能

表 2.1 に Proginf の一例を示す。ここで、計算プログラムの解析条件は $Re_\tau = 56$, $N_x \times N_y \times N_z = 4096 \times 64 \times 2048$ とし、10,000 step (無次元時間 $t^* = 4$) に亘って解析を行った。格子点数は 5 億点を超過しており、非常に大規模な計算を行ったものである。

3. 結果及び考察

3.1 速度場の時間変化

図 3.1 に各時刻におけるチャンネル中央平面内の流れ場（壁面垂直方向速度 v^+ ）を示す。図から明らかなように、速度乱れ ($|v^+|$ の値) が大きな領域が局所的に発生しており、局在した乱流域と判断できる。初期攪乱として与えられた渦は直ちに崩壊し、斑点状の乱流域を形成する。その後、乱流域の下流側の乱れが減衰することでよく知られる矢尻型の乱流斑点が確認された (図 3.1(a))。点線で示された領域の拡大図を、同じ図中に示す。ポアズイユ流れにおける乱流斑点は下流側に乱れの弱い領域が存在し、両端に特徴的な波 (oblique waves) を生じることが Carlson ら [6] や Henningson ら [7] により報告されており、本計算においても同様の結果が得られている。乱流斑点は発達を続け、乱流域がスパン方向に崩壊し、下流側に開いた V 字型の構造となる (図 3.1(b))。図 3.1(c), (d) において、乱流域内部の乱れが減衰し、直線状の準層流域が現われる。一对の準層流域と乱流域の主流方向空間スケール λ_x 及びスパン方向スケール λ_z について、この時点では $\lambda_x \approx 50\delta$ 及び $\lambda_z \approx 20\delta$ であり、Tsukahara ら [2, 3] による乱流縞の空間スケール $\lambda_x \approx 66\delta$ 及び $\lambda_z \approx 22\delta$ に比べて小さな値となっている。また、乱流斑点下流側において乱れが伝播し、新たな乱流域が生じていることが確認できる。さらに、図 3.1(d)–(f) では、乱流斑点内部について新たに発生した乱流域がまた別の準層流域と乱流域の間欠構造を作り出し、その空間スケール ($\lambda_x \approx 60\delta$, $\lambda_z \approx 20\delta$) は十分に発達した乱流縞と良く一致している。また、乱流斑点のスパン方向先端において、乱流域が枝分かれし、上下 3 本ずつの乱流域が直線状に発達する様子が確認できる。各々の乱流域の先頭では、矢尻型の乱流斑点で見られた oblique waves が確認でき、乱流縞構造に比べ、矢尻型の乱流斑点と良く似た構造を示している。さらに、図 3.1(g), (h) より、枝分かれによって生じた乱流域内に準層流域が発生していることが確認できる。スパン方向先端では oblique waves を保っているが、その主流方向に対する傾斜はおおよそ 45° であり、 $t^* = 8$ (図 3.1(a)) で見られた oblique waves の傾斜 30° に比べて大きい。また、準層流域及び乱流域を含めた構造全体では依然として V 字型を維持している。

3.2 空間スケールの変化

図 3.2 に示すように、初期攪乱としての渦の発生点から乱流斑点下流先端の主流方向座標を x_A 、上流先端の座標を x_B 及びスパン方向中心から両端までの距離 z_A , z_B を定めた。また、各座標の時間進行に伴う移動の様子を図 3.3 に示す。図 3.3 より、乱流斑点は主流・スパン両方向にほぼ一定の速度で移動・成長することが確認できる。乱流斑点の成長速度が一定であることは Carlson ら [6] や Henningson ら [8] によって実験・数値計算共に確認されている。図 3.3 より乱流斑点の各座標における移動速度を算出し、表 3.1 に示す。また、表では Henningson ら [8] が示した移動速度と比較している。Henningson ら [8] は乱流

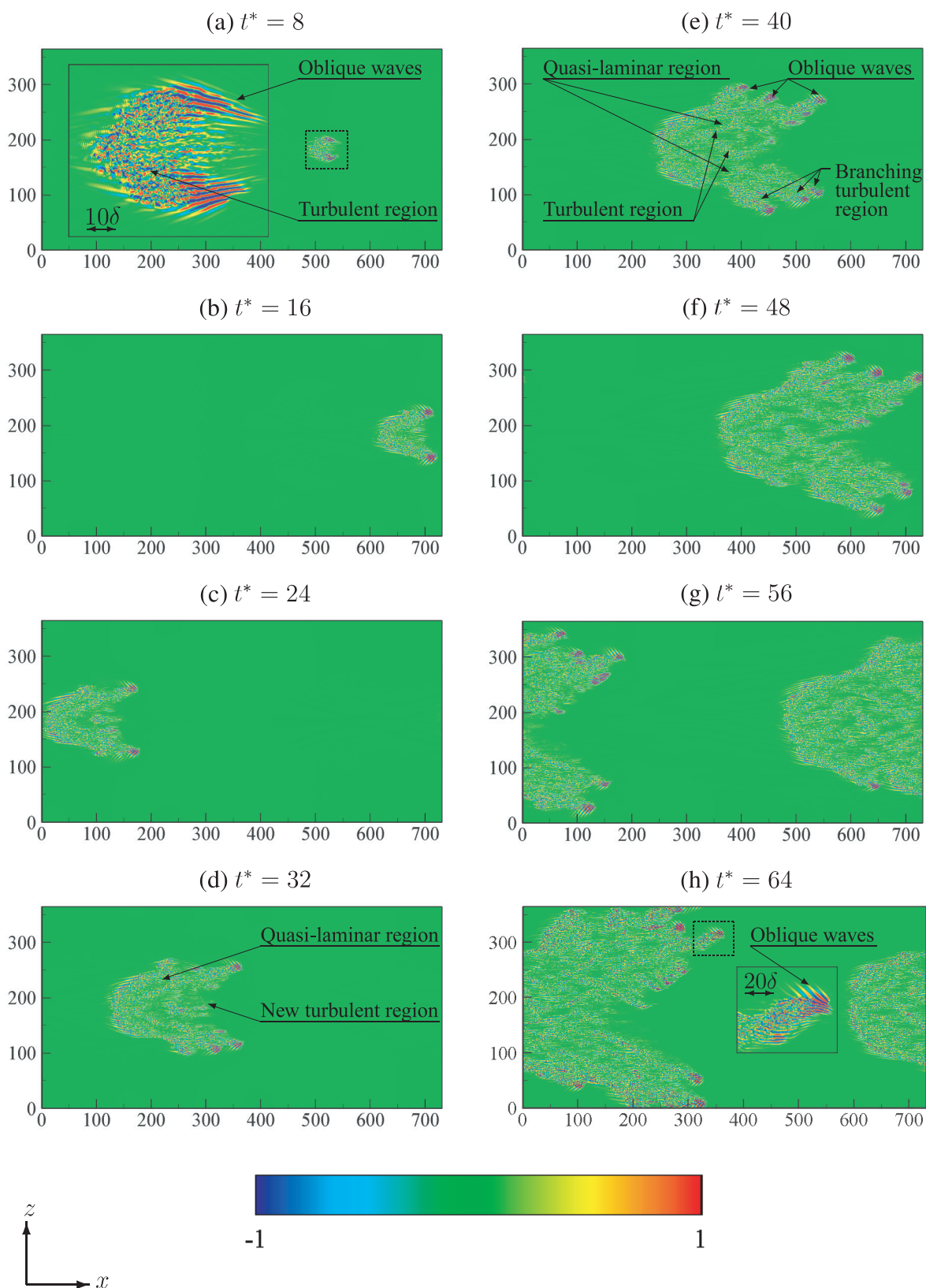


図 3.1 チャンネル中央における壁面垂直方向速度分布

域内部における準層流域の発生及び先端における乱流域の枝分かれまでの乱流斑点の発達を観察しておらず、これらの変化を観察した本計算においても一定の速度で乱流斑点が成長することが確認された。

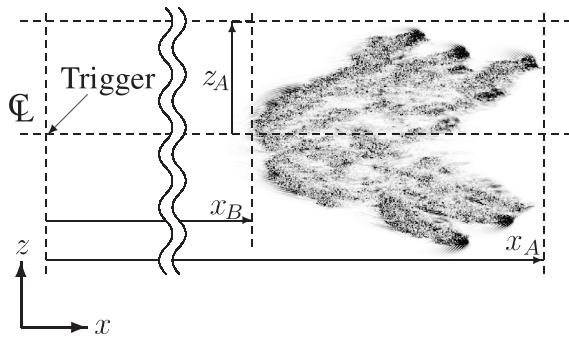


図 3.2 乱流斑点の概念図

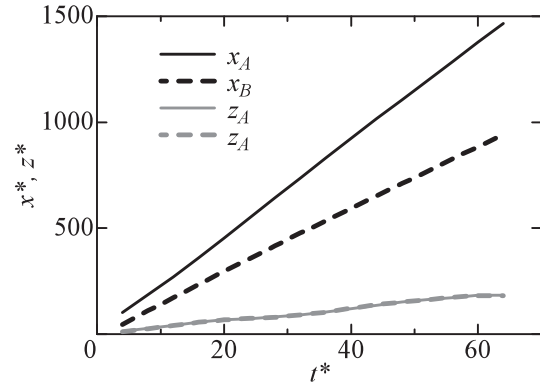


図 3.3 乱流斑点の空間スケールの時間変化

表 3.1 乱流斑点の移動速度

Position of the spot	Propagation velocity	Propagation velocity By Henningson et al. [8]
$x_A / (tu_c / \delta)$	0.82	0.80
$x_B / (tu_c / \delta)$	0.53	0.54
$z_A / (tu_c / \delta)$	0.11	0.12

3.3 渦構造

各時刻における渦構造を可視化し、図 3.4 に示す。渦構造の抽出に関しては、変形速度テンソルの第二不変量による円形または螺旋運動を伴う渦領域の同定法が提案されており、第二不変量の負値を示す領域と渦構造が良く一致することが知られている。本研究においても、渦構造の抽出には変形速度テンソルの第二不変量を適用する。

$$II = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{3.1}$$

ここでも、アインシュタインの総和規約を適用する。また、図 3.4(a) 及び (d) では点線で囲まれた領域の拡大図を示している。図 3.4(a) より、 $t^* = 8$ における乱流斑点の下流域では渦が存在せず、渦群が V 字型の構造を形成していることが確認できる。また、oblique waves を生じる乱流斑点スパン方向先端の領域 (wing-tip 領域) の渦は、他の渦に比べて主流方向に長く伸びた縦渦を生じている。図 3.4(b) では渦群が直線状に分布し、(c) の $t^* = 32$ 以降では V 字型の渦群の中に渦のほとんど存在しない領域が直線状に現われている。渦の分

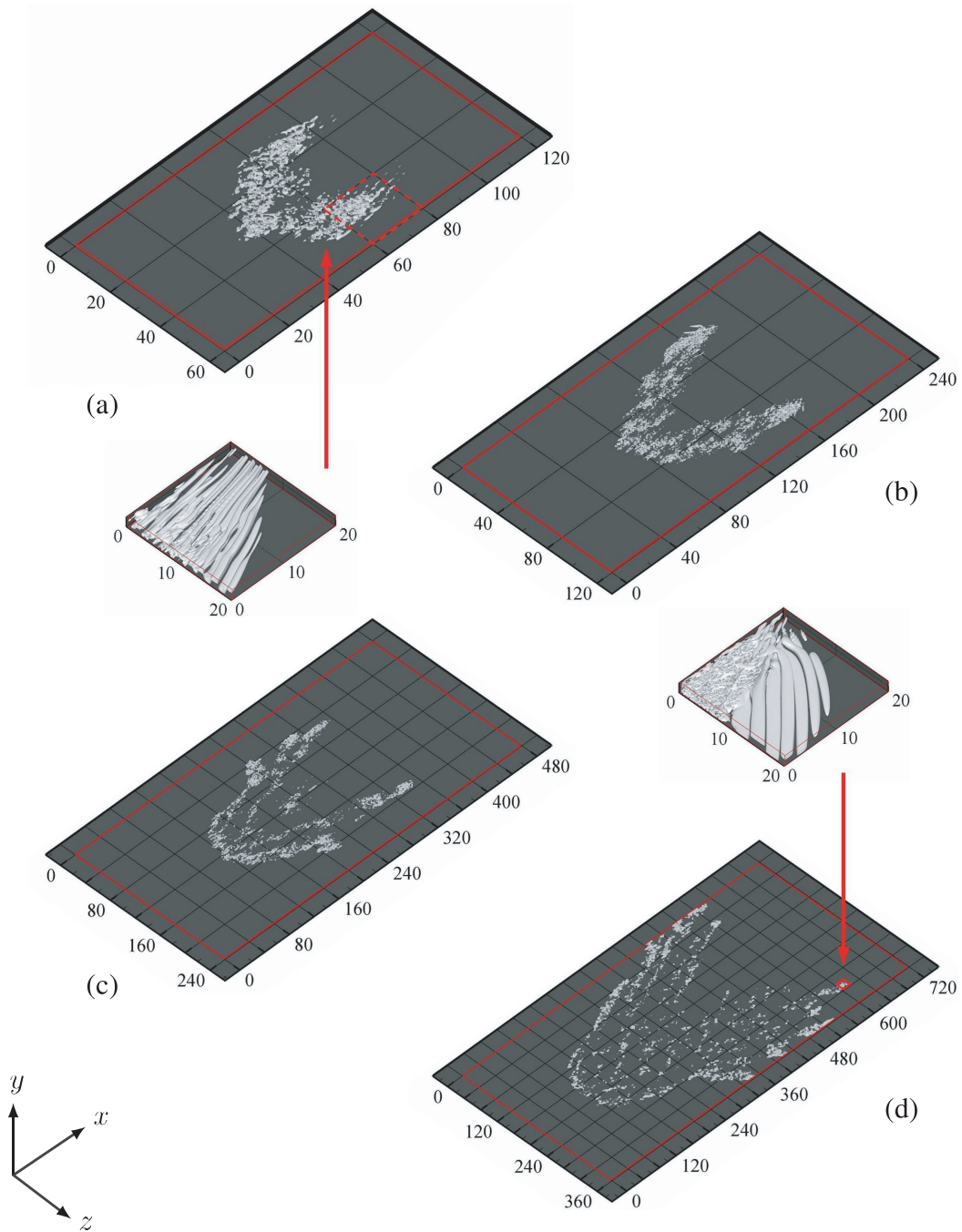


図 3.4 変形速度テンソルの第二不変量 ($II^+ = u_{i,j}^+ u_{j,i}^+ \leq -0.025$) による渦構造の可視化.
 (a) $t^* = 8$, (b) $t^* = 16$, (c) $t^* = 32$, (d) $t^* = 64$.

布からも準層流域と乱流域の間欠構造が確認でき、それらは主流方向に対して傾斜した縞状の構造を形成することが確認できる。図 3.4(c) 及び (d) において、wing-tip 領域では渦が密集しており、その空間スケールも大きい。また、 $t^* = 64$ においても $t^* = 8$ (図 3.4(a)) のときと同様に大規模な渦群が分布しているが、3.1 節にて述べたように、 $t^* = 64$ では主流方向に対して大きく傾斜している (約 45°)。図 3.1 と図 3.4(a)–(d) を比較すれば、 $|v^+|$ の値が大きな領域では渦が活発に発生していることが確認できる。

4. 結論

本研究では、平行平板間ポアズイユ流れに乱流斑点を発生させ、乱流縞構造への発達を観察する直接数値シミュレーションを行った。レイノルズ数は乱流縞構造を捉えることができる $Re_\tau = 56$ に設定し、非常に大規模な計算領域 ($L_x \times L_y \times L_z = 731.4\delta \times 2\delta \times 365.7\delta$) について解析を実施した。これにより、単独の乱流斑点が計算領域を埋め尽くすことなく乱流縞構造へ発達する様子を長時間追跡し、以下の知見を得た。

- 乱流斑点は $t^* = 8-16$ において、乱流域がスパン方向に分裂し、V字型の構造を取る。さらに乱流斑点は成長を続け、 $t^* = 24-32$ において乱流域の内部に準層流域が生じることで、乱流斑点内部に準層流域と乱流域の縞状の間欠構造が形成される。また、乱流斑点スパン方向先端において、乱流域が上下共に3本ずつに枝分かれし、主流方向に対しておよそ 30° の角度を保ちつつ直線状に成長する。これにより生じた乱流域は、内部から準層流域及び乱流域へと分裂する。
- 本解析の範囲内 ($t^* = 64$ まで) では、準層流域及び乱流域を合わせた乱流斑点全体はV字型の構造を保っている。
- 乱流斑点において、乱流域内部における準層流域の発生やスパン方向先端における乱流域の枝分かれ等の変化が確認されたが、主流・スパン方向の移動・成長速度はほぼ一定である。
- 準層流域と乱流域の間欠構造は渦の分布からも確認できる。また、wing-tip 領域では他の領域に比べ空間スケールの大きな渦が存在する。

以上より、発達した乱流斑点内部では、準層流域と乱流域による縞状の間欠構造が確認でき、その間欠構造について乱流縞構造と良く一致したスケールを示すことが確認された。

謝辞

本研究における DNS は東北大学サイバーサイエンスセンターの大規模科学計算システムを利用して実行されたものであり、同センターのご協力を頂いたことに謝意を表す。また、本研究の一部は科学研究費補助金 (#20860070, #22760136) の助成を受けた。

参考文献

- [1] Tsukahara, T., Seki, Y., Kawamura, H., and Tochio, D., “DNS of turbulent channel flow at very low Reynolds numbers,” In: Proceedings Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Williamsburg, VA, USA, Jun. 27–29, pp. 935–940, 2005.

- [2] Tsukahara, T. and Kawamura, H., “Turbulent heat transfer in a channel flow at transitional Reynolds numbers,” In: Proceedings of the First Asian Symposium on Computational Heat Transfer and Fluid Flow, Xi’an, China, Oct. 18–21, p. 62, 2007.
- [3] Tsukahara, T., Kawaguchi, Y., Kawamura, H., Tillmark, N., and Alfredsson, P. A., “Turbulence stripe in transitional channel flow with/without system rotation,” In: Proceedings of the Seventh IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition, IUTAM Bookseries, Vol. 18, Springer, pp. 421–426, 2009.
- [4] Hashimoto, S., Hasobe, A., Tsukahara, T., Kawaguchi, Y., and Kawamura, H., “An Experimental study on turbulent-stripe structure in transitional channel flow,” In: Proceedings of the Sixth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Rome, Italy, Sep. 14–18, pp. 193–196, 2009.
- [5] Duguet, Y., Schlatter, P., and Henningson, D. S., “Formation of turbulent patterns near the onset of transition in plane Couette flow,” *J. Fluid Mech.*, **650**, pp. 119–129 2009.
- [6] Carlson, D. R., Widnall, S. E., and Peeters, M. F., “A flow-visualization study of transition in plane Poiseuille flow,” *J. Fluid Mech.*, **121**, pp. 487–505, 1982.
- [7] Henningson, D. S. and Kim, J., “On turbulent spots in plane Poiseuille flow,” *J. Fluid Mech.*, **228**, pp. 183–205, 1991.
- [8] Henningson, D., Spalart, P., and Kim, J., “Numerical simulations of turbulent spots in plane Poiseuille and boundary-layer flow ” , *Phys. Fluids*, **30**, pp. 2914–2917, 1991.