

## [共同研究成果]

## 直接数値シミュレーションを用いた温度場乱流境界層の研究

藤堂 公浩\*      岩本 薫\*\*      河村 洋\*\*\*

\*東京理科大学 理工学研究科 機械工学専攻

\*\*東京農工大学 大学院工学府 機械システム工学専攻

\*\*\*諏訪東京理科大学 システム工学部 機械システム工学科

## 1. 緒言

地球環境問題の中でも地球温暖化・ヒートアイランド現象は非常に深刻な問題である。これらの諸問題を解決するためには熱伝達特性の現象理解が必要不可欠である。特に乱れを伴う固体壁上の流れ場（壁乱流）は簡単な形状であるため、熱伝達特性の解明に用いられている。熱伝達特性を解析する際には、実験と並び数値シミュレーションが欠かせないツールである。熱伝達を伴う壁乱流の数値シミュレーションでは、数値的な取り扱いが易しいチャンネル乱流を対象とした直接数値シミュレーション(DNS)が広く行われ、多くの成果を挙げている。他方、乱流境界層は実験的には広く対象とされてきたが、主流(x)方向に空間発達する性質により、計算対象としてチャンネル乱流よりも扱い難しく、DNS等の数値シミュレーションに関する研究はチャンネル乱流に比べると少ない[1-3]。空間発達する境界層を扱うためにいくつかの手法が提案されており、限られた範囲内のレイノルズ数、プラントル数におけるDNSが行われている。

本研究では無限に広い一枚の平板上を流れる乱流境界層を対象とし熱伝達を伴った計算を行う。速度及び温度の最小スケールのバチェラスケール( $\eta$ )・コルモゴロフスケール( $\eta_\theta$ )を充たす程の格子幅を有し、乱流境界層の外層に生じる大規模構造を捉えるほどの大きな計算領域を有する計算条件を計算対象とする。主流流速 $U_\infty$ 、入口の99%速度境界層厚さ $\delta_0$ 、動粘度 $\nu$ で定義されるレイノルズ数 $Re_{\delta_0}(=U_\infty \delta_0 / \nu)$ で2600と9090の2ケース行い、 $Re_{\delta_0}=2600$ の時にはプラントル数0.71及び2の計算を、 $Re_{\delta_0}=9090$ の時にはプラントル数0.71, 1, 2, 5の計算を行った。特に $Re_{\delta_0}=9090$ の計算において格子点数が $4096 \times 768 \times 640$ の計算を行っておりメインメモリ 1TBの計算を行っている。このレイノルズ数 2ケース、プラントル( $Pr$ )数 4ケースの計算を行いレイノルズ数依存性及びプラントル数依存性について検証を行った。過去のDNS計算ではBellら[2]の $Pr=2$ の計算が最高プラントル数のため、本研究が世界最高のプラントル数を有する温度場乱流境界層のDNSである。また、本研究では他の研究に比べ格子幅を狭く定義し、計算領域も十分取った計算を行っており、より厳密な計算を行っている。

## 2. 数値解析方法

## 2.1 計算手法

計算対象の概略図を図1に示す。支配方程式は、非圧縮性流体における連続の式、Navier-Stokes方程式、及びエネルギー方程式である。流れは一様な主流により駆動される。スパン(z)方向には周期境界条件を、壁面ではnon-slip条件をそれぞれ課した。境界層は主流(x)方向に発達する特徴を持つため、主流方向に周期境界をかけることができない。空間発達する乱流境界層を扱うため、流入境界条件にLund[4]及びKongら[5]の提案した手法を用いた。計算条件を表1に示す。ここで、 $U_\infty$ は主流流速、 $\delta_0$ は入口における99%境界層厚さ、 $\delta_2$ は運動量厚さ、 $\nu$ は動粘性係数である。また、温度 $\theta$ は $\theta^*=(\theta-\theta_0)/(\theta_\infty-\theta_0)$ で定義される( $\theta_0$ は壁面温度、 $\theta_\infty$ は主流温度)。温度の境界条件は、壁温一定条件とした。 $Pr$ 数は0.71, 1, 2, 5とし、入口の境界層厚さ $\delta_0$ で定義されるレイノルズ数 $Re_{\delta_0}(=U_\infty \cdot \delta_0 / \nu)=2600, 9090$ と設定した。

連続の式とNavier-Stokes方程式のカップリングにはSMAC法を用いた。時間積分には、粘性項の壁垂直(y)方向に二次精度Crank-Nicolson法を、それ以外の項には二次精度ルンゲクッタ法をそれぞれ用いた。空間離散化には、全方向に二次精度中心差分を適用した。

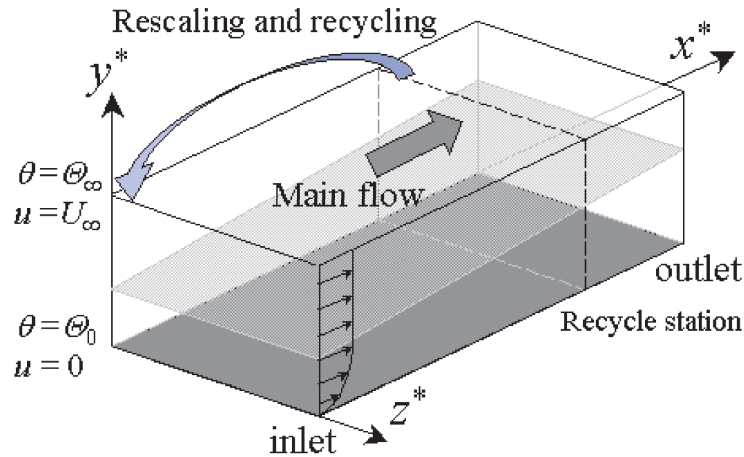


図 1 計算領域

表 1 計算条件

レイノルズ数	$Re_{\delta 0}$	2600		9090			
	$Re_{\tau}$	140 ~ 190		380 ~ 460			
	$Re_{\delta 2}$	291 ~ 422		1000 ~ 1200			
プラントル数	$Pr$	0.71	2	0.71	1	2	5
分割数	$N_x$	1728		4096			
	$N_y$	256		768			
	$N_z$	256		640			
計算領域	$L_x$	$21.6 \delta_0$		$16.2 \delta_0$			
	$L_y$	$3.0 \delta_0$		$3.0 \delta_0$			
	$L_z$	$6.4 \delta_0$		$6.4 \delta_0$			
バッチェラスケール	$\eta_{\theta}^+$	5.3	3.1	6.5	5.5	3.8	2.5
格子幅	$\Delta x^+$	1.8		1.7			
	$\Delta y^+$	0.1 ~ 4.5		0.15 ~ 3.7			
	$\Delta z^+$	3.5		4.0			
格子幅	$\Delta x^+ / \eta_{\theta}^+$	0.33	0.56	0.26	0.31	0.44	0.69
	$\Delta y^+ / \eta_{\theta}^+$	-	-	-	-	-	-
	$\Delta z^+ / \eta_{\theta}^+$	0.65	1.10	0.61	0.72	1.03	1.63
時間刻み	$\Delta t^+$	0.141		0.024			
統計時間	$t^+$	5656		7000			
リサイクルステーション	$X_d^*$	16.2		12.15			

## 2.2 プログラム性能

本研究では、信頼性の高い DNS を行うため、速度場及び温度場における最小スケールを出来る限り捉え得る、細かな格子幅を設定する必要がある。本計算における格子幅は、境界層を対象とした DNS の研究に比べ約 10 倍細かく、また、総格子点数は、最大で約 5 億点である (図 2)。また、本研究と過去に行われた研究のプラントル数とレイノルズ数の比較を図 3 に示す。本研究では、 $Re \delta 2 = 1000$  の時に  $Pr = 5$  の計算を行い温度場乱流境界層において世界最高のプラントル数の計算を行った。計算に最低必要なデータは直交座標データ、速度・圧力・温度の 3 次元データであり、その他、各種乱流統計量等の一次元データを含めると、使用メモリは約 1 TB を要した。

東北大学サイバーサイエンスセンターの SX-9 にて本計算プログラムを実行した。SX-9 は、最新のベクトル型スーパーコンピュータであるため、多重ループを多く使用する流体計算にとって、非常に有用な計算マシンである。また、SX-9 のスペック上 MPI を用いて計算を行う場合、最大

4 TB のメインメモリを使用可能であるため、本研究の高解像度の DNS を行うにあたりとても重要な要素となっている。

本プログラムは MPI を用いてノード間並列計算を行っている。SX-9 を使用する際に MPI の詳細な使用方法など同センター・スタッフの方にアドバイスを頂き、MPI 計算を可能とすることができた。

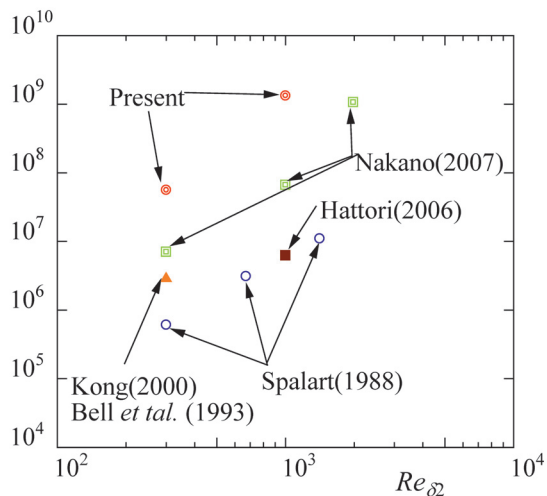


図 2 乱流境界層 DNS における総格子点数

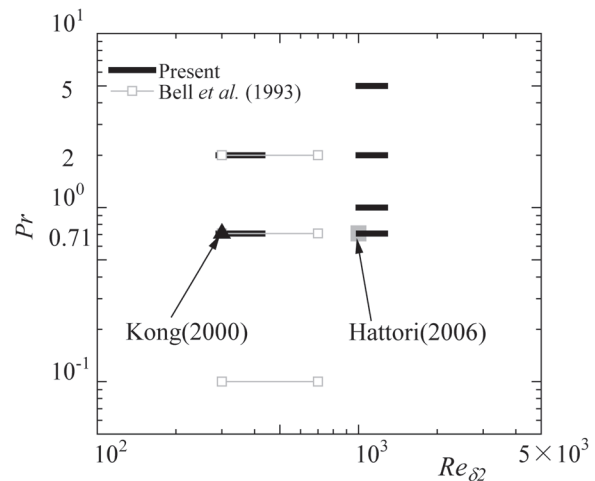


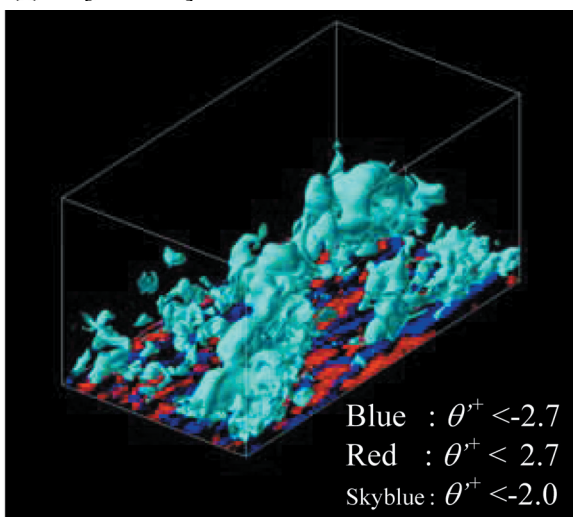
図 3 温度場乱流境界層 DNS の  $Re_{\delta_0}$ ,  $Pr$  数

### 3. 結果及び考察

#### 3.1 瞬時場の可視化

図4 に瞬時の温度変動および速度変動・圧力分布の可視化を示す。境界層外端の負の温度変動が現れる箇所において速度・温度変動を比較するため、等高値を低く設定した。壁面近傍では正負の温度・速度変動を表示し、外層では負の温度・速度変動を表示した。また表示している領域は計算領域の一部である。図4 に示す領域は主流方向  $6.3 \delta_0$ 、壁垂直方向  $3.0 \delta_0$ 、スパン方向  $3.2 \delta_0$  の領域を表示した。壁面近傍では主流方向速度変動・温度変動共にストリーク構造が確認できる。対し、壁面遠方  $y/\delta_0 > 0.5$  の領域では大規模な負の主流方向速度変動および温度変動が存在することが分かる。

(a)  $\theta^+$  [ $Pr=0.71$ ]



(b)  $u_x$

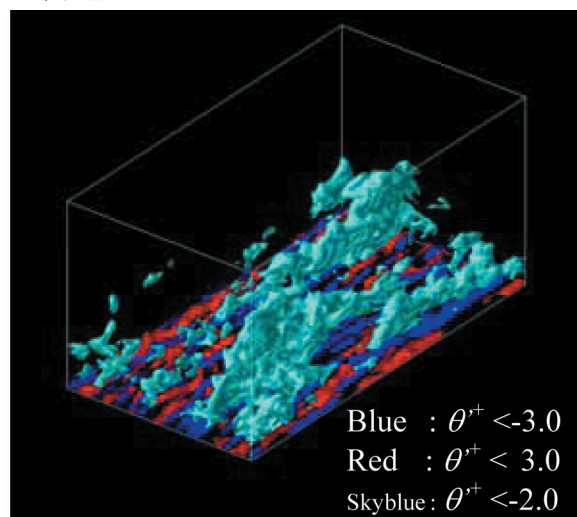


図 4 瞬時場 ( $Re_{\delta_0} = 9090$ )

また、 $Re_{\delta_0} = 9090$  における速度・温度変動の(y-z) 断面図を図5 に示す。壁面近傍では負と正の変動が交互に存在し、ストリーク構造が確認される。対し境界層外端ではプラントル数によらず大規模な温度変動に違いは現れないものの、プラントル数増加に伴い温度変動が微細化した。特に平行平板間流の場合、チャンネル半幅 $\delta$  の時に $1.0\delta$ の構造がある事が知られているのに対し、境界層では瞬時場データより境界層の場合は約 $2.0\delta_{99}$  であることが分かる。また、速度変動・温度変動はプラントル数に関わらず外端で一定の間隔を有しており、プラントル数依存性は確認されなかった。

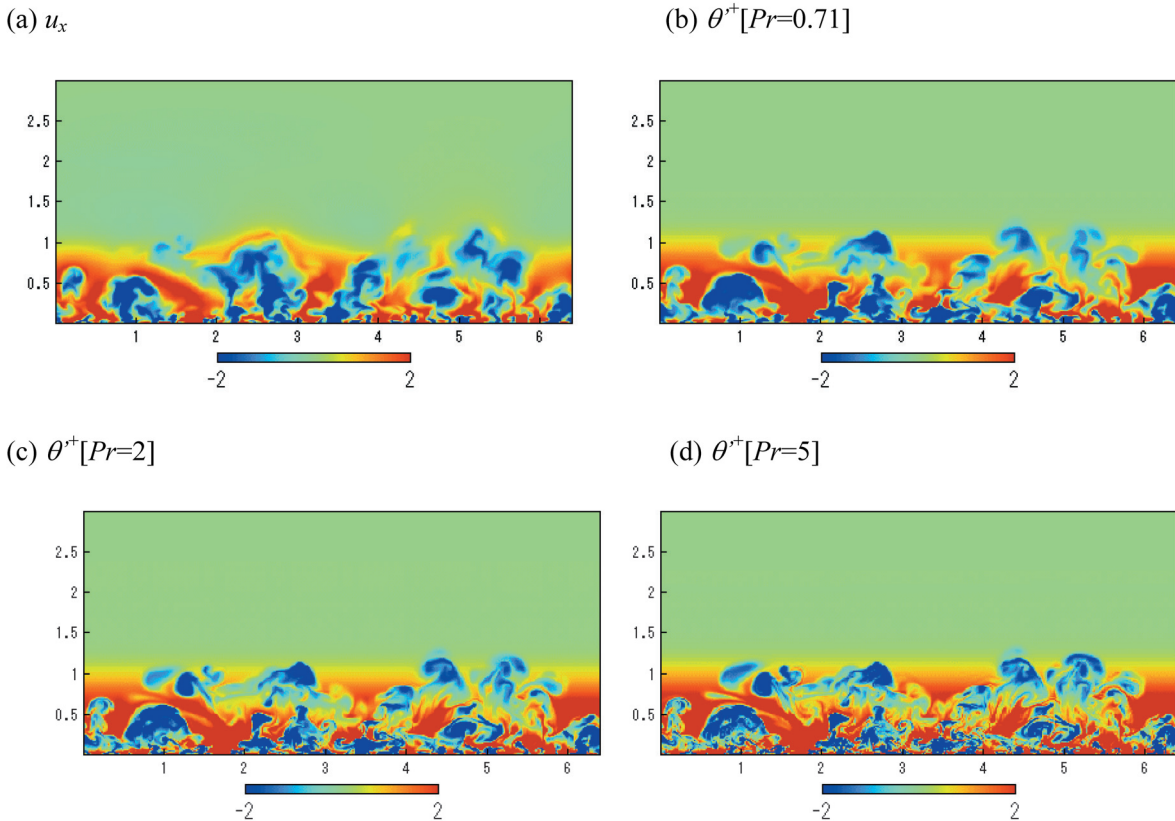


図 5 (y-z)断面図 ( $Re_{\delta_0} = 9090$ )

### 3.2 スタントン数

スタントン数は熱伝達を表す無次元数であり、以下の式で表す事が出来る。

$$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} \tag{1}$$

図6 にスタントン数を示す。ここで、 $Re_{\Delta_2} = \Delta_2 U_{\infty} / \nu$  である( $\Delta_2$  : エンタルピー厚さ)。スタントン数に関して、Kays & Crawford[6] は以下の経験式を提唱している。

$$St = C \left( \frac{1-n}{C} \right)^{n/(n-1)} Re_{\Delta_2}^{n/(n-1)} \tag{2}$$

ここで、

$$n = 0.1879 Pr^{-0.18}, \quad C = 0.02426 Pr^{-0.895} \tag{3}$$

である。空気流である $Pr = 0.71$  の実験および計算は数多く行われているが、Kays & Crawford の経験式、Kongら[5]のDNS、およびHoura & Nagano[7], Ames & Plesniak[8], Barrett & Hollingsworth[9] の実験データも比較のためプロットする。計算結果はKays & Crawford の経験式、Kong らのDNS(BL,  $Re_{\delta_2} = 300$ )およびHoura & Nagano[7] の実験データと良く一致した。

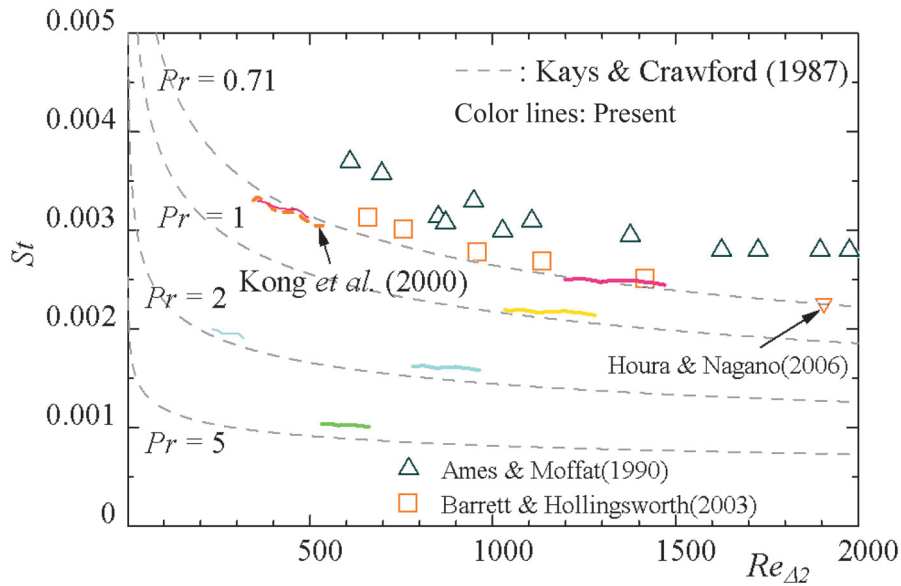


図 6 スタントン数

### 3.3 平均温度分布

平均流速分布を図7に示す. 比較のために乱流境界層の実験データに基づいて作られたKader[10]の経験式, Kawamuraら[11](UHF,  $Re_{\tau} = 180$ ), Kozukaら[12](UHF,  $Re_{\tau} = 395$ )のDNS結果および, Subramanian & Antonia[13], Houra & Nagano[7]の実験結果をプロットした. Kaderの経験式は以下のように記述される.

$$\Theta^+ = Pr y^+ + \exp(-\Gamma) + \left\{ 2.12 \ln \left[ \left( 1 + y^+ \right) \frac{2.5(2 - y/\delta_{99})}{1 + 4(1 - y/\delta_{99})^2} \right] + \beta(Pr) \right\} \exp(-1/\Gamma) \quad (4)$$

ここで,

$$\Gamma = \frac{10^{-2} \times (Pr y^+)^4}{1 + 5Pr^3 y^+}, \quad \beta = (3.85 Pr^{1/3} - 1.4)^2 + 2.12 \ln(Pr) \quad (5)$$

である. 全プラントル数で伝導底層の領域( $y^+/\delta_{\theta}^+ \leq 1$ )においてKaderの経験式, KawamuraらのDNS結果及びKozukaら(UHF,  $Re_{\tau} = 395$ ), Lundら(BL,  $Re_{\delta 2} = 300$ )のDNS結果と良く一致した. また, 対数則域では $Pr = 5$ ではそこまで顕著に表れないものの, 全プラントル数で対数則域が存在することを確認した. 実験値に比べHoura & Naganoの結果と良く一致したものの, Subramanian & Antoniaに比べ高い値となった. これはSubramanian & Antoniaの結果が流入近くの実験データであり, 十分に発達していないためだと考えられる.

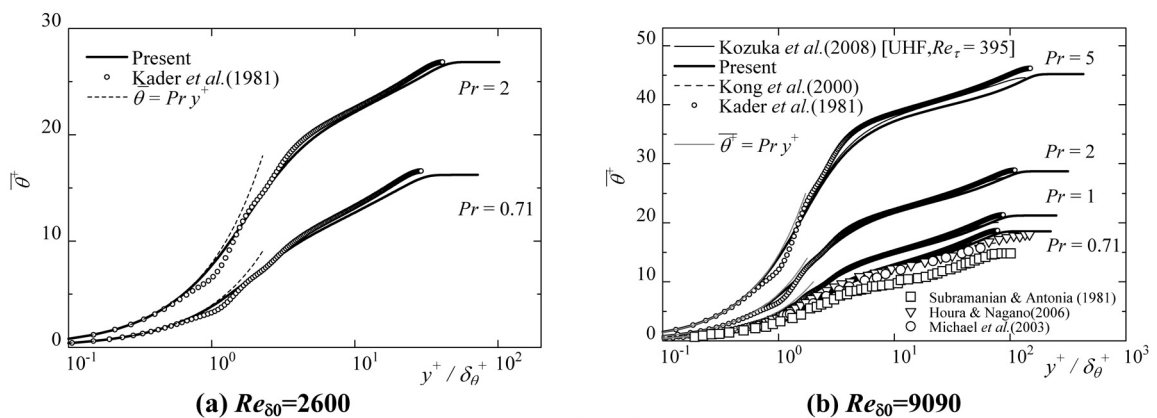


図 7 平均温度分布

### 3.4 乱流プラントル数

乱流プラントル数を図8 に示す. 乱流プラントル数は

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} = \frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'\theta'}} \frac{d\theta/dy}{du/dy} \tag{6}$$

であらわすことが出来る. 比較のために乱流境界層の実験データに基づいて作られたKawamuraらのDNS結果(UHF,  $Re_\tau=180, Re_\tau=395$ ) およびSubramanian & Antonia, Houra & Nagano, Blackwell[14], Hollingsworth[15]の実験結果をプロットした. プラントル数が低い場合において, 乱流プラントル数は壁面近傍で,  $Pr_t \approx 1$ となることが, 平行平板間流の結果より分かっており, 良く一致した. しかしながら, 実験値とは一致しなかった. これは実験では壁面近傍での測定が困難なため, 誤差が生じたと考えられる. また壁面漸近において $Pr=5$ の時に, 約1.3程度と高くなった. これは,  $Pr$ 数の増加とともに, 速度変動と温度変動の最小スケールが異なるため, 相関が低くなるためである. 壁から離れるに従い乱流プラントル数が減少し約0.7まで単調減少する. そして約 $y/\delta_{99}=0.8$ を境に増加する. 壁面近傍に関しては $Re_{\delta_0}=2600, 9090$ 共に平行平板間流とよく一致した. しかし, 境界層厚さ付近において境界層の方が平行平板間流(チャンネル半幅)に比べ値が高くなった. これは $R_{u\theta}$ 時系列データや瞬時場データより境界層厚さ近傍において温度変動 $\theta'$ と主流方向速度変動 $u'$ の挙動に違いが現れるためである.

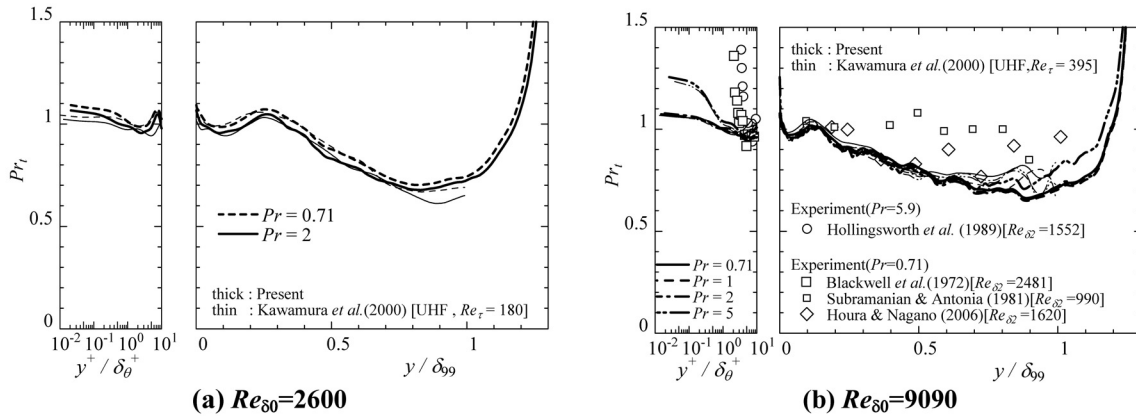


図 8 乱流プラントル数

### 3.5 時間スケール比

時間スケール比(time scale ratio) を図9 に示す. 時間スケール比は, 温度変動が散逸される時間スケール( $\tau_\theta = k_\theta/\varepsilon_\theta$ )と速度変動が散逸される時間スケール( $\tau = k/\varepsilon$ )の比であり, 以下のように記述される.

$$R = \frac{\tau_\theta}{\tau} = \frac{k_\theta/\varepsilon_\theta}{k/\varepsilon} \tag{7}$$

温度伝導底層では, 平行平板間流において $R/Pr$ でよくリスケーリングされる事が知られており, 境界層でも同様に $R/Pr$ でリスケーリングされた. 壁から離れた位置において時間スケール比はプラントル数増加に伴い増加する. 特に, 境界層厚さ付近において平行平板間流に比べ高くなっている. このことは, 境界層厚さにおいて速度変動に比べ温度変動が散逸せず, 残る事を示している. そのため, 境界層厚さ付近において高いプラントル数の温度変動変動が散逸されずに微細構造として残る事を示している. このことは, 断面図である図5で高プラントル数の方がより構造が微細化することと関係している.

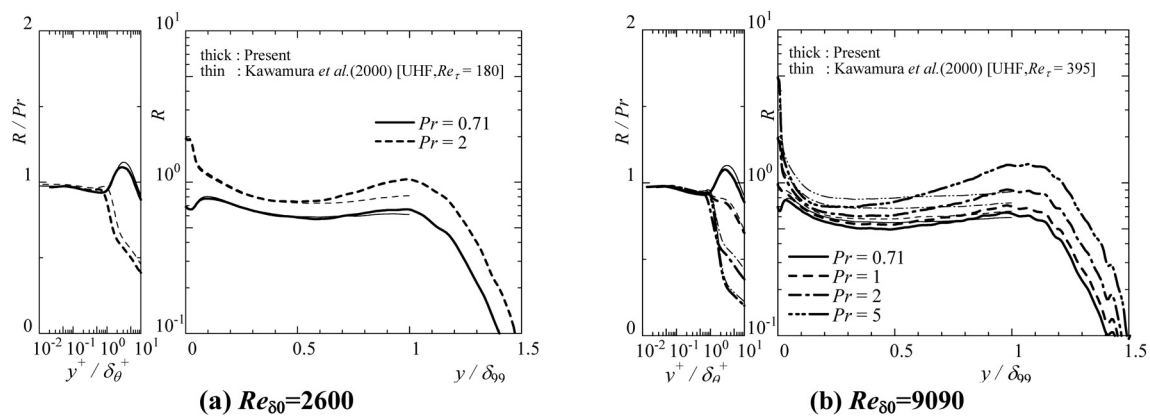


図 9 時間スケール比

### 3.6 One-dimensional energy spectra

速度および温度変動の 1 次元エネルギースペクトル  $E_{u_i u_i}, E_{\theta\theta}$  は  $k_z$  をスパン方向の波数として,

$$\int_0^{\infty} E_{u_i u_i}(k_z) dk_z = \overline{(u_{irms}^+)^2} = \overline{u_i^+ u_i^+} \quad (8)$$

$$\int_0^{\infty} E_{\theta\theta}(k_z) dk_z = \overline{(\theta_{irms}^+)^2} = \overline{\theta^+ \theta^+} \quad (9)$$

の関係がある. 式(8), (9) から分かるようにエネルギースペクトルは波数空間において, 単位波数あたりのエネルギー含有率を表している. スペクトル強度に波数  $k_m$  をかけた量を Pre-multiplied Spectra と呼び, 横軸を波数または波長  $\lambda_m = 2\pi/k_m$  の対数に対してプロットしたとき, エネルギー含有率を示す指標となることが知られている. 本研究では, 乱流構造のスパン方向スケールを定量的に得ることを目的として, 図10 にスパン方向の波長  $\lambda_z^+$  に対して Pre-multiplied Spectra をプロットした. Pre-multiplied Spectraによって現れるピーク波長 (Most Energetic Wavelength, 以下MEW) は流れ場の空間的構造の平均間隔に良く一致することが知られている.

壁近傍において,  $u$  および  $\theta$  成分についてのMEWは  $\lambda_z^+$  でおよそ100 の一定値を示しており, 壁面近傍の順秩序的なストリーク構造の間隔に良く一致している. 壁からの距離が大きくなると, MEWは一定値  $\lambda_z/\delta_{99} = 2.0$  を有している.  $Re_{\delta_0} = 2600$  の場合では壁面近傍においてその位置における固有のピークを有している. 対し,  $Re_{\delta_0} = 9090$  の場合では壁面近傍においてその位置における固有のピークに加え乱流コア領域のMEWのピーク位置  $\lambda_z/\delta_{99} = 1.0$  を有している事が見受けられる. これは, 大規模構造が内層の構造に影響を及ぼしているということが考えられる.  $Re_{\delta_0} = 2600$  の時に表れない原因はレイノルズ数が低いため外層構造に顕著な構造が表れないためである.

## 4. 結言

零圧力勾配の乱流境界層を対象に, 大規模な直接数値シミュレーションを行った. レイノルズ数は  $Re_{\delta_0} = 2600, 9090$  に設定し, 各レイノルズ数においてプラントル数を  $Pr = 0.71, 2$  ( $Re_{\delta_0} = 2600$ ) および  $Pr = 0.71, 1, 2, 5$  ( $Re_{\delta_0} = 9090$ ) とした. 高レイノルズ数の場合でも, スパン方向の領域サイズを大きく取りまた外層においても最小スケールの渦を捕らえるほどの細かい格子幅を定義することで, 乱流構造を捉え, 外層における乱流構造について議論した. また, 平行平板間流と比較を行い, 境界層特有の構造を明らかにした. 本研究では  $Pr = 5$  の乱流境界層DNS を初めて計算し, 平衡平板間流と壁面近傍で良く一致する傾向を得た. また, 境界層外端での統計量を取得することにより, 境界層外端構造の特徴を得た.

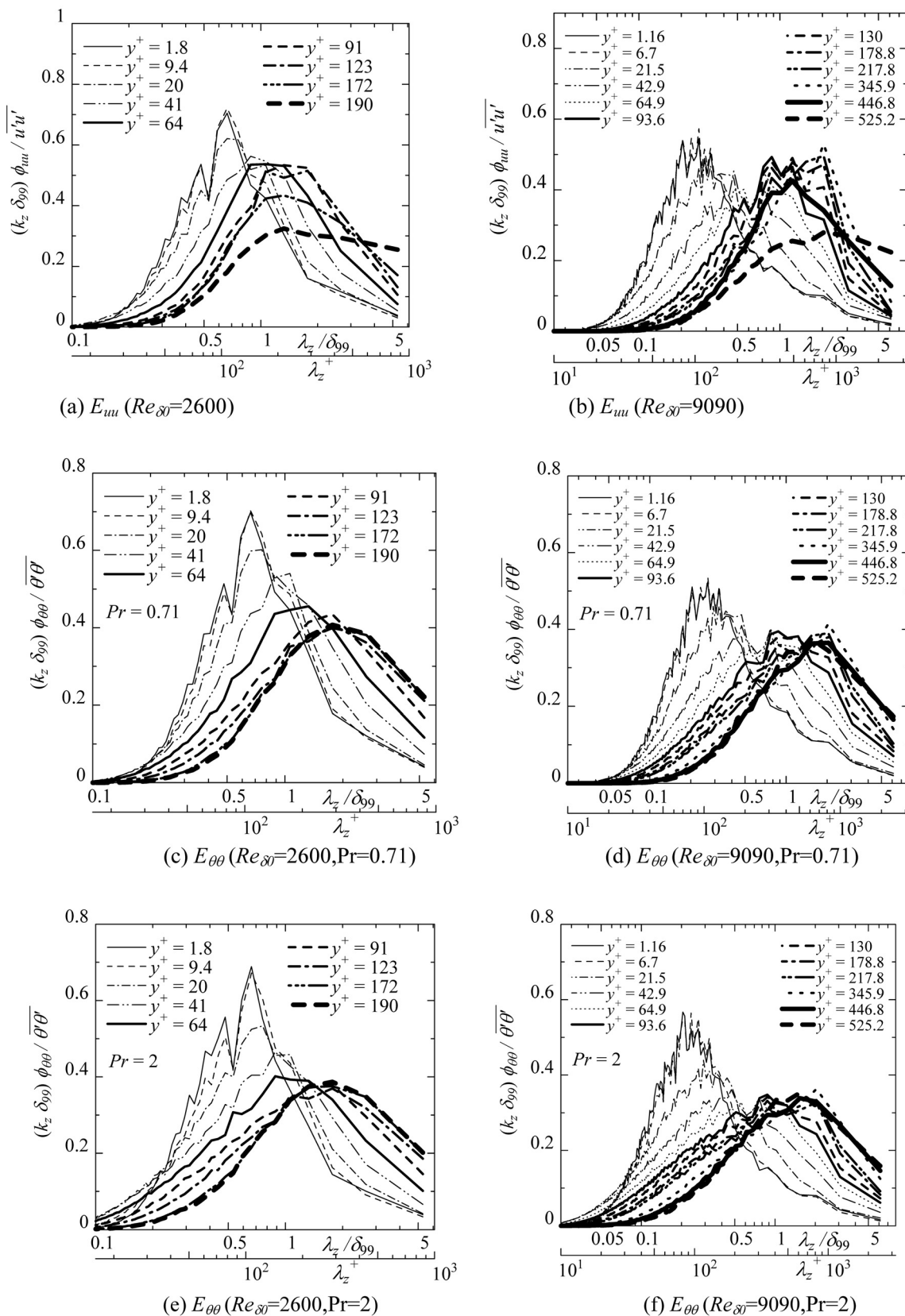


図 10 Pre-multiplied エネルギースペクトル分布. (a), (b)  $E_{uu}$ ; (c), (d)  $E_{\theta\theta}$  for  $Pr = 0.71$ ; (e), (f)  $E_{\theta\theta}$  for  $Pr = 2$ ; (a), (c), (e),  $Re_{\delta_0} = 2600$ ; (b), (d), (f),  $Re_{\delta_0} = 9090$ .



## 謝辞

本研究は、東北大学サイバーサイエンスセンターのスーパーコンピュータを利用することで実現することができた。また、MPI 計算をするにあたり同センター関係各位に有益なご指導とご協力をいただいたことに感謝する。

## 参考文献

- [1] P. R. Spalart., “Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $R_\theta = 1410$ .”, *J. Fluid Mech.*, **187**, pp. 61-98, 1988.
- [2] D. M. Bell and J. H. Ferziger., “Turbulent boundary layer DNS with passive scalars.”, *Near-Wall Turbulent Flows.*, pp. 327-336, 1993.
- [3] H. Hattori, T. Houra and Y. Nagano., “Direct numerical simulation of stable and unstable turbulent thermal boundary layers.”, *Int. J. Heat and Fluid Flow.*, **28**, pp. 1262-1271, 2007.
- [4] T. S. Lund., “Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations.”, *J. Comput. Phys.*, **140**, pp.233-258, 1998.
- [5] H. Kong, H. Choi and J. S. Lee., “Direct numerical simulation of turbulent thermal boundary layers.”, *Physics of Fluids.*, **12**, pp.2555-2568, 2000.
- [6] W. M. Kays, M. E. Crawford and B. Weigand., “Convective Heat and Mass Transfer, 4th ed.”, (McGraw-Hill, New York), 2004.
- [7] T. Houra and Y. Nagano., “Effects of adverse pressure gradient on heat transfer mechanism in thermal boundary layer.”, *Int. J. Heat and Fluid Flow.*, **27**, pp. 967-976, 2006.
- [8] F. E. Ames and M. W. Plesniak., “The influence of large scale, high intensity turbulence on vane aerodynamic losses, wake growth, and the exit turbulence parameters.”, Proc., International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, Houston, TX, ASME Paper 95-GT-290, 1995.
- [9] M. J. Barrett and D. K. Hollingsworth., “Heat transfer in turbulent boundary layers subjected to free-stream turbulence-part 1: experimental results.”, *Journal of Turbomachinery.*, **125**, pp. 232-241, 2003.
- [10] B. A. Kader., “Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers.”, *Int. J. Heat and Mass Transfer.*, **24**, pp. 1541-1544, 1981.
- [11] Kawamura, H., Abe, H. and Shingai, K., “DNS of turbulence and heat transport in a channel flow with different Reynolds and Prandtl numbers and boundary conditions.”, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 3 (Proc. of the 3rd International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer)*, Nagano, Y., Hanjalic, K. and Tsuji, T. (Eds.), Aichi Shuppan, pp. 15-32, 2000.
- [12] M. Kozuka, Y. Seki and H. Kawamura., “Reynolds and Prandtl number effects on the turbulent heat transfer in a channel flow through high spatial resolution DNS.”, *Proceedings of 2007 Annual Meeting.*, Japan Society of Fluid Mechanics, 2007.
- [13] C. S. Subramanian and R. A. Antonia., “Effect of Reynolds number on a slightly heated turbulent boundary layer.”, *Int. J. Heat and Fluid Flow.*, **24**, pp. 1833-1846, 1981.
- [14] B. F. Blackwell, W. M. Kays and R. J. Moffat , “The Turbulent Boundary Layer on a Porous Plate : An Experimental Study of the Heat Transfer Behavior With Adverse Pressure Gradients.”, Report HMT-16, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Aug., 1972.
- [15] D. K. Hollingsworth, W. M. Kays and R. J. Moffat , “Measurement and Prediction of the Turbulent Thermal Boundary Layer in Water on Flat and Concave Surfaces.”, Report HMT-41, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Sept., 1989.