

[共同研究成果]

二次元スリットを有する流路における乱流及び乱流熱伝達の直接数値シミュレーションとそのモデル予測に関する研究

牧野 総一郎¹, 河村 洋¹, 岩本 薫²

¹ 東京理科大学 理工学部 機械工学科

² 東京農工大学 工学部 機械システム工学科

二次元スリットを有する流路における乱流及び乱流熱伝達の直接数値シミュレーション(DNS: Direct Numerical Simulation)を実施した。スリット後流域に見られる非対称現象や、その現象が熱流動特性に与える影響、スリット後方の乱流構造などを精査した。加えて、同様の乱流場において、ラージ・エディ・シミュレーション(LES: Large Eddy Simulation)及びレイノルズ平均乱流モデル計算(RANS: Reynolds Averaged Numerical Simulation)を実施して、それらの結果をDNSの結果と比較することで、実用的な乱流モデル計算に有用な知見を取得した。また、これらの情報を Web 上で乱流データベースとして世界に発信した。

1. 緒言

乱流中における輸送現象を理解することは、乱流熱伝達や乱流抵抗、さらには流体機械、熱機関等の設計においても極めて重要である。しかし、乱流は三次元、無限自由度、非定常、不安定、強非線形及び散逸を含む極めて複雑な力学系であるため、その現象の理解は容易ではない。このため、古くから実験や理論を中心に数多くの研究が続けられてきた。これらの研究に加え、近年では、計算機の急速な性能向上に伴い、数値計算を用いた乱流研究も盛んとなっており、乱流現象を予測、解明するために必要不可欠な研究手段となっている。乱流の数値計算手法は、直接数値シミュレーション(DNS: Direct Numerical Simulation)、ラージ・エディ・シミュレーション(LES: Large Eddy Simulation)、レイノルズ平均乱流モデル計算(RANS: Reynolds Averaged Numerical Simulation)の3つに大別され、それぞれの手法が対象となる課題に応じて選択され、重要な役割を果たしている。例えば、DNSはモデル化を一切行わない計算手法で、その信頼性の高さから、乱流現象の理解や解明、各種乱流モデルの評価・開発に欠かせない手法である。一方、設計時などの実用計算では、計算負荷の比較的小さなRANSやLESが幅広く選択され、工学的に重要なツールとなっている。

加えて、物体周りの流れや、形状の変化する流路内の流れなど、工学的に重要な流れ場は、その境界条件が複雑となる場合が多い。特に乱流場では、平均速度や平均圧力、乱流統計量などの空間的変化が単純ではなくなるため、その予測も一層困難となる。このような流れ場の多くは、衝突や剥離、再付着を伴う。そのため、従来よりバックステップ流(例えば、[1-3])を代表として、リブ周り(例えば、[4-7])や粗面を有する流路内の流れ(例えば、[8,9])など、剥離や再付着を伴う乱流場の数値実験が盛んに行われてきた。一方、著者の知る限り、本研究の対象であるスリットを有する流路における乱流場の詳細な数値実験は行われていない。スリットは流量の制御や効果的なスカラー混合のために工学的に幅広く用いられている。また、スリット近傍では、大規模な剥離や再付着、衝突の他に、流れの収縮も伴うより複雑な乱流場となる。従って、スリット近傍の乱流場を詳細に解析することは、スリットの工学的用途のみなら

ず、各種乱流モデルの予測精度の検証などにも貢献することができると考えられる。

また、スリット後方では、コアンダ効果の影響により、時間平均流が壁垂直方向に対して非対称となる[10-13]。この現象は、急拡大流路内の層流および乱流場にも見られる(例えば, [14-21])。このような非対称現象の発現により、壁面摩擦係数やヌセルト数の分布が、上下壁面間で大きく異なることがわかっている[10-13]。従って、スリット後方の配管減肉現象や熱伝達性能を高精度に予測するためには、このような非対称現象の予測が不可欠である。また、スリット後流の乱流統計量において、流れの収縮や加速の効果により、バックステップ乱流場では観察できない現象が生じる。乱流モデル計算を用いた場合、このような流れの収縮の効果が再現可能かどうかを検証することは重要である。

以上より、本研究の目的を以下にまとめる。

- スリットを有する流路内の乱流及び乱流熱伝達の DNS を実施し、スリット後流の特徴的な乱流構造や乱流統計量、乱流熱伝達性能を精査する。
- 同様の乱流場において LES 及び RANS を実施し、それぞれのケースを DNS の結果と比較・考察することで、実用計算に有用な知見を得る。

2. 計算手法

計算対象は、Fig. 1 に示すようにスリットを有する平行平板間流である。流れ(x)方向、スパン(z)方向には周期境界条件を、壁垂直(y)方向には滑りなし条件をそれぞれ課す。温度の境界条件は、下壁面を低温一定、上壁面を高温一定に保ち、その温度差を一定とした。また、スリットを構成する物体は、非常に優れた熱伝導性を仮定している。すなわち、下部側は下壁と同じく低温一定、上部側は高温一定である。流れは平均圧力勾配を課すことで駆動している。DNS の場合は、 $Re_{\tau 0} (= u_{\tau 0} \delta / \nu) = 10 - 1500$ 、バルク平均速度に基づくレイノルズ数では $Re_b (= u_b \delta / \nu) = 40 - 7800$ の層流域から乱流域に渡るまでの広範囲の計算を実施した。ここで、 $u_{\tau 0}$ はスリットが存在しないと仮定した場合に流れを駆動している平均圧力勾配から算出される壁面摩擦速度、 ν は動粘性係数、 δ はチャンネル半幅、 u_b はバルク平均流速を示す。DNS と比較する LES と RANS におけるレイノルズ数は、 $Re_{\tau 0} = 1500$ ($Re_b \sim 7800$) に設定した。スリットのスリット幅とチャンネル全幅の比 β は 0.5 とした。

2.1. Direct Numerical Simulation

流れの支配方程式は、次式に示す連続の式と Navier-Stokes 方程式及びエネルギー方程式である。

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial (u_i^* u_j^*)}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_{\tau 0}} \frac{\partial}{\partial x_j^*} (2S_{ij}^*) - \frac{\partial \langle p_x^* \rangle}{\partial x_1^*} \delta_{1i} - f_i^* \tag{2}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial (u_j^* T^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Pr \cdot Re_{\tau 0}} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_j^{*2}} \tag{3}$$

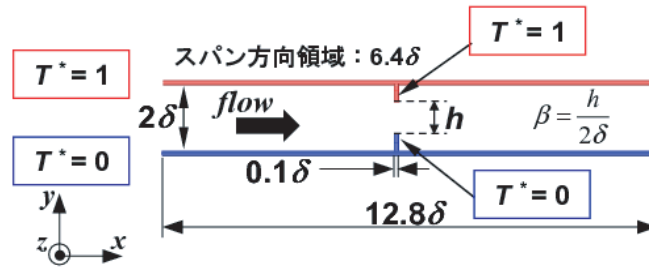


Fig. 1 Configuration of computational domain.

Table 1 Computational conditions.

(a)DNS:

Re_{τ_0}	10-20 (4cases)	30-60 (9cases)	1500
Re_b	40 - 110	180 - 3100	7800
β	0.5		
Pr	0.71		
Domain size	$12.8\delta \times 2\delta \times 6.4\delta$		
Grid number	$128 \times 96 \times 64$	$512 \times 128 \times 256$	$1024 \times 256 \times 512$
$\Delta x / (v / \langle u_{\tau} \rangle_{ave})$	1.10	3.84	4.94
$\Delta y_{min} / (v / \langle u_{\tau} \rangle_{ave})$	0.021	0.235	0.260
$\Delta y_{max} / (v / \langle u_{\tau} \rangle_{ave})$	0.898	5.29	6.25
$\Delta z / (v / \langle u_{\tau} \rangle_{ave})$	1.10	3.84	4.94

(b)LES and RANS:

Case	SMc	SMf	KEc	KEf1	KEf2	KWc1	KWc2	KWf
Re_{τ_0}	1500		1500			1500		
Model	Smagorinsky model		Low-Reynolds number $k-\varepsilon$			Low-Reynolds number $k-\omega$		
Grid number	$128 \times 32 \times 32$	$128 \times 64 \times 32$	128×64	128×96	128×128	128×64	128×64	128×96

上付き文字*は、壁面摩擦速度 u_{τ_0} 、チャネル半幅 δ 及び上下壁面温度差 ΔT で無次元化されていることを示す。 S_{ij} はひずみ速度テンソルで、 $S_{ij}^* = 1/2 \cdot (\partial u_i^* / \partial x_j^* + \partial u_j^* / \partial x_i^*)$ である。 T は温度、 Pr はプラントル数である。 Table 1(a) に、本 DNS における計算領域長さ、メッシュ数、及び空間解像度を示す。空間解像度に関しては、 $Re_{\tau_0} = 10 - 20$ の場合は $Re_{\tau_0} = 20$ のケースの解像度を、 $Re_{\tau_0} = 30 - 600$ の場合は $Re_{\tau_0} = 600$ のケースの値を記載している。なお、壁面摩擦速度は x 方向に変化するため、空間解像度は実際に算出される壁面摩擦速度 u_{τ} の x 方向の空間平均値 $\langle u_{\tau} \rangle_{ave}$ を用いて算出したものである。

速度成分及び圧力はスタッガード格子点上に定義される。計算格子には、 x 、 z 方向に等間隔格子を適用し、 y 方向には壁近傍とスリットのふちの高さにおいて格子密度が大きくなるような不等間隔格子を用いた。離散化手法は有限差分法を用い、速度と圧力のカップリングには SMAC (Simplified Marker and Cell method) 法を用いた。時間離散化には、 y 方向の粘性項に 2 次精度 Crank-Nicolson 法を、その他の項に省記憶 3 次精度 Runge-Kutta 法を用いた。空間離散化には 2 次精度中心差分を用いた。圧力ポアソン式は、 x 方向と z 方向に FFT (Fast Fourier Transform) を適用し、各波数に対して y

方向に TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)を用いて解いた。また、スリットは、Fadlum [22]の提唱する直接強制的境界埋め込み法を用いて表現した。

2.2. Large-Eddy Simulation

支配方程式は、粗視化された連続の式と Navier-Stokes 方程式及びエネルギー方程式である。SGS (Sub Grid-Scale)モデルには Van Driest 関数を含む Smagorinsky モデルを用いた。Smagorinsky 定数は $C_s=0.1$ とした。詳細に関しては参考文献[23]を参照されたい。Table 1(b)に、本 LES における格子点数などを示す。計算領域は DNS の場合と同様である。計算格子には、 z 方向に等間隔格子を適用し、 x 方向にはスリット近傍で格子密度が大きくなる不等間隔格子を、 y 方向には壁近傍とスリットのふちの高さにおいて格子密度が大きくなるような不等間隔格子を用いた。計算アルゴリズムは基本的には DNS の場合と同様であるが、 y 方向の粘性項以外の項の時間離散には、3 次精度 Adams-Bashforth 法を適用した。また、圧力ポアソン式は、 z 方向にのみに FFT を適用し、各波数の x - y 断面に対して ADI(Alternating Direction Implicit)法を用いて解く。DNS と同様にスリットは境界埋め込み法を用いて表現した。

2.3. Reynolds-Averaged Numerical Simulation

支配方程式は、レイノルズ平均された連続の式と Navier-Stokes 方程式及びエネルギー方程式である。乱流モデルには低レイノルズ数型 k - ω モデル[24]及び低レイノルズ数補正された k - ε モデル[25]を用いた。各モデルの詳細に関しては参考文献 [23]を参照されたい。Table 1(b)に、本 RANS における格子点数などを示す。計算領域は DNS の場合と同様である。2次元(x - y 断面)計算を行い、格子は LES の x - y 断面格子と等しく設定し、計算手法も LES とほぼ同様である。全ケースとも非定常計算を実施したが、本条件では収束解において顕著な非定常性は見られなかった。また、 k - ω モデルの計算には、汎用ソフト FLUENT6.3 を用いた。この場合、空間離散手法には有限体積法を用い、速度と圧力のカップリングには上記の方法と同様に SMAC 法を用いた。オイラー陰解法により時間離散を行い、空間離散には 2 次精度風上差分を用いた。格子は上記の格子と同様に、壁近傍、スリットの周辺で格子数を増加させる構造格子を用いた。なお、FLUENT6.3 を用いて標準 k - ε モデルの計算も実施している。その結果、非対称現象の再現などにおいて、本研究の標準 k - ε モデルの結果との差はなく、また、平均流速分布の差も小さいことを確認している。

3. 結果及び考察

3.1. DNS を用いたスリット後乱流場の解析

3.1.1. スリット後方の乱流構造

スリット後方の乱流構造について調べるために Fig. 2 に $Re_{\varepsilon,0}=100$ の場合の渦構造を示す。渦領域は速度勾配テンソルの第二不変量の等値面により定義される。渦の可視化領域はスリット下流域のチャンネル下半分である。スリット直後のせん断層において、Kelvin-Helmholtz(K-H)不安定によるスパン方向に伸びた比較的大規模な渦構造が観察される (Fig. 2 の A)。これらの K-H 渦は下流への移動に伴い 3 次元的に変形する。この変形過程において、Fig. 2 の B に示すような流れ方向の縦渦を介した編み目状の複雑な構造が観察できる。このような縦渦を介した一連の構造は、乱流混合層やバックステップ乱流場のせん断層における渦構造と類似している[26,27]。さらに下流域では

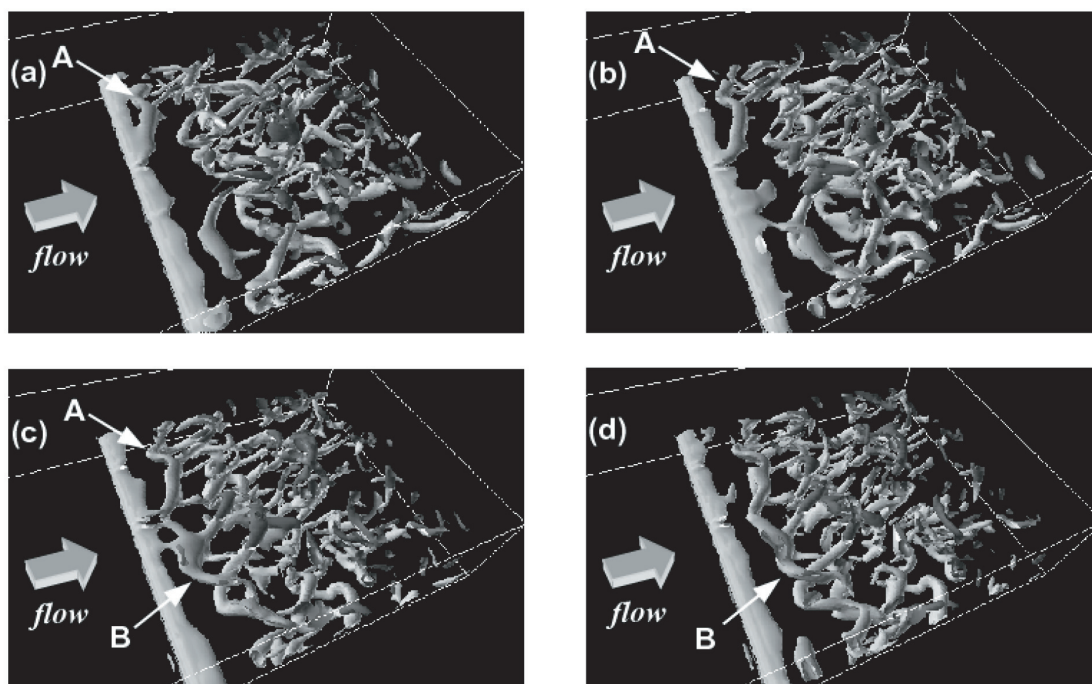


Fig. 2 Vortex structures behind the slit at $Re_{\tau 0}=100$. (a) $t^*=32600$; (b) $t^*=33000$; (c) $t^*=33400$; (d) $t^*=33800$.

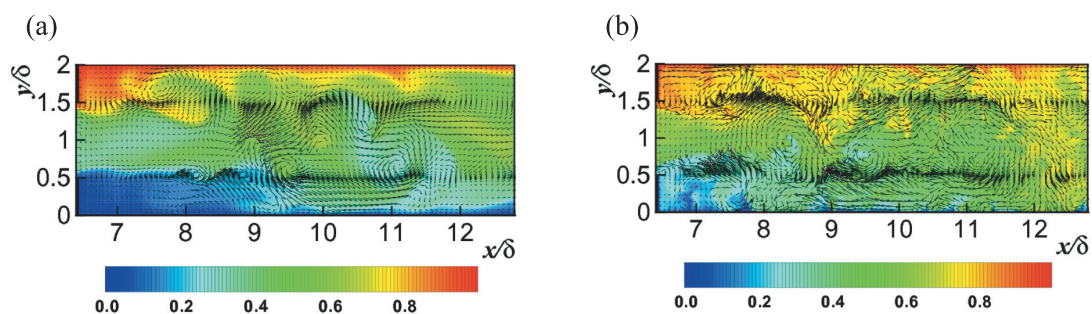


Fig. 3 Instantaneous temperature and fluctuation vectors in the range of $6.4 < x/\delta < 12.8$ at $z/\delta = 3.2$. (a) $Re_{\tau 0}=100$; (b) $Re_{\tau 0}=600$.

より小さな渦へ崩壊し、それらの渦はせん断層だけでなくチャネル中央部や壁付近においても観察される。次に、 $z/\delta=3.2$ の x - y 断面におけるスリット後方の渦構造と温度場の混合の関係について考察する。Fig. 3 に $Re_{\tau 0}=100$ 及び 600 のケースの瞬時の温度分布と変動速度のベクトルを示す。両ケースともに、温度場の大規模な巻き込みが生じている領域とほぼ対応して、旋回流が生じている様子が観察できる。また、レイノルズ数の増加に伴って変動速度の空間分布がより煩雑となり、それに対応して温度場の混合も促進される様子がわかる。

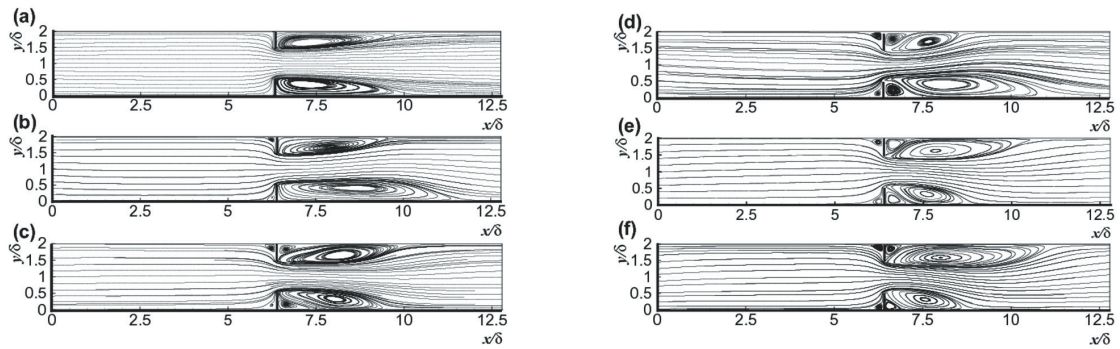


Fig. 4 Time-averaged streamlines. (a) $Re_{\tau_0}=20$; (b) $Re_{\tau_0}=50$; (c) $Re_{\tau_0}=100$; (d) $Re_{\tau_0}=300$; (e) $Re_{\tau_0}=600$; (f) $Re_{\tau_0}=1500$.

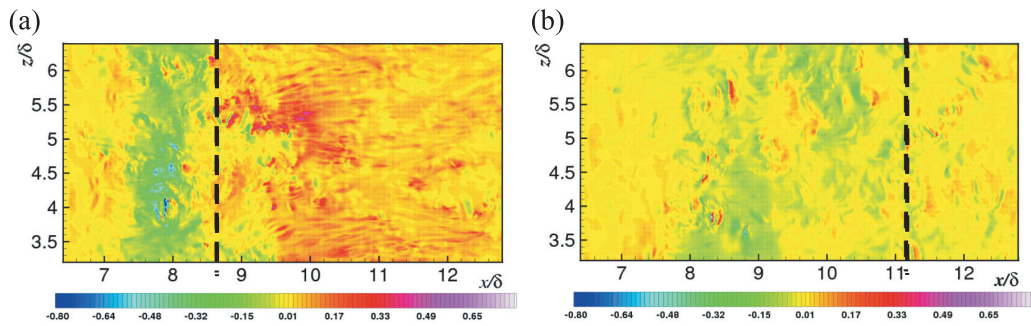


Fig. 5 Wall shear stress in the range of $6.4 < x/\delta < 12.8$ and $3.2 < z/\delta < 6.4$ for $Re_{\tau_0}=1500$. (a)on the lower wall; (b)on the upper one.

3.1.2. スリット後方の非対称現象と壁面摩擦応力

Figure 4 に $Re_{\tau_0}=20, 50, 100, 300, 600$ 及び 1500 の場合の時間平均流線図を示す. スリット後流において時間平均流が壁垂直方向に非対称となっていることが分かる. 本研究では, $Re_{\tau_0} < 20$, すなわち $Re_b < 110$ までは流れ場は完全に対称である. $Re_{\tau_0} \sim 120$ 付近で対称性が崩れ流れ場は非対称へと遷移する. その後, $Re_{\tau_0} = 1500$, すなわち, $Re_b=7800$ までレイノルズ数を増加させても流れ場は非対称のままであることがわかった. 上下どちらに傾くかは, 計算の初期に用いる乱れ場と計算発展に伴うランダムな非対称性に依存し, 確率は上下それぞれ 50% である. また, 時間進行に伴い, 傾く方向が変化することはない. すなわち, 例えば一度下方に傾くと, 以後下方に傾いたまま安定し続ける.

次に非対称現象が壁面摩擦に与える影響について考察する. Figure 5 に $Re_{\tau_0}=1500$ の場合の上下壁面における無次元壁面摩擦応力分布 τ_w^* ($= 1/Re_{\tau_0} \cdot \partial U^*/\partial y^*|_{\text{wall}}$) を示す. ここで $U^* = U/u_{\tau_0}$, $y^* = y/\delta$ であり, U は流れ方向の平均流速を示す. 点線は上下壁におけるそれぞれの時間平均再付着位置を示す(再付着位置は壁面壁垂直方向速度勾配 $\partial U^*/\partial y^*|_{\text{wall}}=0$ となる点とする). 流れが偏る側, すなわち, ここでは下壁側(Fig. 5(a))において, 再付着位置の上流側に強い負の領域(青色)が存在し, 再付着後は顕著な正の

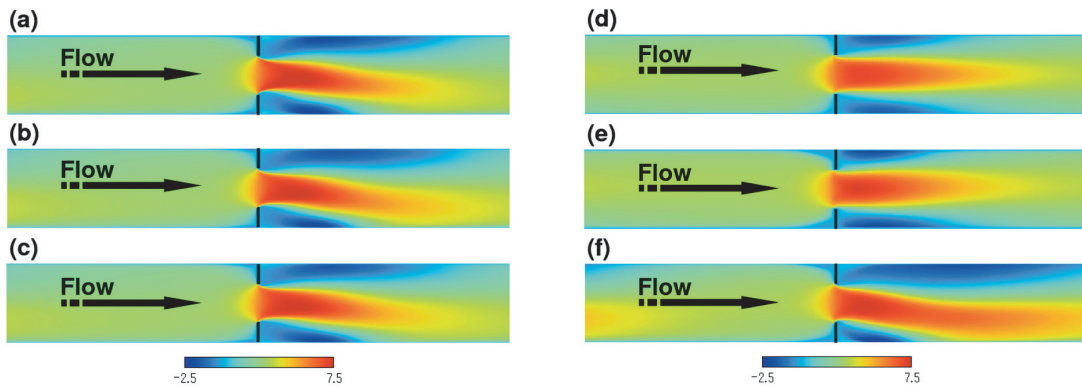


Fig. 6 Time-averaged streamwise velocity. (a)DNS; (b)SMc; (c)SMf; (d)KEf1; (e)KWc1; (f)KWc2.

領域(赤色)が観察できる。他方、上壁側(Fig. 5(b))においては、下壁側のような顕著な値を有する領域が存在しない。従って、スリット後方の非対称流において、流れが偏る側では偏らない側と比して、壁面摩擦応力が顕著に増大することがわかる。

3.2. スリット後流の予測に関するDNS, LES及びRANSの比較

3.2.1. スリット後流の非対称現象の予測

本節では、LES及びRANSを用いた場合の、スリット後方の非対称現象の予測精度に着目する。Fig. 6に各計算手法の流れ方向の時間平均された無次元流速分布を示す。Fig. 6では考察のため、非対称現象を発現する場合は下方に傾いたケースのみを採用している。SMc, SMf及びKWc2に関しては、DNSにおいて観察されるスリット後方の非対称現象を再現できることがわかる。他方、KEf1及びKWc1はほぼ対称に計算される。従って、LESは壁垂直方向の格子数に依らず非対称現象を予測できることがわかる。RANSでは、KWc2とKWfの k - ω モデルのみ非対称現象を再現できることがわかった(KWfについての図は省略)。 k - ϵ モデルは、壁垂直方向の格子数を64に減少させた場合(KEc)、また128と増加させた場合(KEf2)も、ほぼ対称に計算されることを確認している。 k - ϵ モデルを用いた場合は、壁付近において付加的な粘性が k - ω モデルのそれと比べて大きくなる(図略)。従って k - ϵ モデルは、実効的にはより低いレイノルズ数の流れとなるため、非対称現象を再現しにくいと考えられる。次に k - ω モデルの格子数の影響について考察する。KWc1とKWc2は格子数は同一であるが、KWc1は $y^+ < 5$ までに5点、その後 $y^+ \sim 50$ 付近に第6点目を設ける格子、一方、KWc2は、同様に $y^+ < 5$ までに5点設け、その後 $y^+ < 50$ までに更に5点設けた格子を用いている。ここで、 y^+ は $y^+ = y/(v/u_{\tau 0})$ と定義する。KWc1では非対称性を再現しにくく、KWc2では再現されることを考慮すると、 k - ω モデルにおいて非対称性を再現するためには、 $y^+ < 50$ 付近まで十分な格子がなければならないことがわかる。

3.2.2. 各計算手法/モデルの計算コスト及び計算精度

本研究のDNS, LES及びRANSの計算コストや計算精度を比較するために、Table 2に、それぞれの場合の総格子点数、1スカラーCPUで計算を実行したと仮定した場合

Table 2 Comparison of DNS, LES and RANS.

	DNS	LES	$k-\epsilon$	$k-\omega$
総格子点数	約 1 億 5000 万点	約 25 万点	約 1 万点	約 1 万点
計算時間(1 スカラーCPU 当り)	約 80000 時間	約 100 時間	1 時間	1.5 時間
非対称現象の再現	-	◎	×	○
C_{fmax} の誤差	-	+5%	-30%	+15%

のおおよその計算時間、非対称現象の予測性能及び計算精度の一例として、スリット後流域の壁面摩擦係数の最大値の DNS からの誤差を示す。DNS の必要計算時間は 80000 時間、すなわち約 9 年以上必要となる(実際は大規模並列計算を行っているので、500 時間程度)。一方、LES は約 100 時間、 $k-\epsilon$ モデルは 1 時間、 $k-\omega$ モデルは 1.5 時間程度で済むことから、RANS、特に数値計算的に安定で短時間で計算可能である $k-\epsilon$ モデルが優位であることは明確である。一方、計算精度に着目すると、非対称現象を予測できない $k-\epsilon$ モデルは壁面摩擦応力のピーク値を大幅に過小評価することがわかる。非対称現象の予測が可能な $k-\omega$ モデルでも誤差は 15% であるのに対し、LES の誤差は 5% であり、精度に着目すれば LES が有効であることは言うまでもない。しかし、 $k-\omega$ モデルの 15% も許容の範囲かもしれないし、値のオーダーが大体合っていれば良いのであれば、 $k-\epsilon$ モデルでも十分かもしれない。それは、計算の目的(例えば、求められる精度はどの程度か、開発期間はどの位か、使用可能な計算資源はどの程度か)によってユーザーが決定することであり、その際に最も重要となることは、Table 2 からわかるように、ユーザーが、用いる計算手法/モデルに関して最良の選択を行うことである。従って、本研究のようなモデルの比較研究では、単にモデル/計算手法の優劣を競うのではなく、各モデルの特徴や計算コストを明確にして、実用計算に有用な情報を提供することが最も重要であると言える。

4. 結論

1. スリット直後のせん断層において Kelvin-Helmholtz 不安定により大規模な渦が形成される。この大規模渦は下流へ向かうにつれ、3 次元的に歪められ、最終的により小さな構造へ崩壊する。
2. $Re_b > 110$ では、スリット後方において、コアンダ効果の影響により時間平均流が壁垂直方向に非対称となることがわかった。また、流れが偏る側では、反対側と比べて壁面摩擦応力のピーク値が大きくなることを明らかにした。
3. LES は格子数に依らずスリット後方時間平均流の非対称現象の予測が可能であることを示した。RANS に関して、 $k-\epsilon$ モデルは壁近傍の付加粘性を過大評価するため非対称現象の予測には適していない。一方、 $k-\omega$ モデルは壁近傍に十分な格子を確保すれば、非対称現象の予測が可能であることを明らかにした。
4. DNS, LES 及び RANS の比較により、世界的にもオリジナルな乱流場において、計算手法やモデルによる計算精度/計算負荷などの違いを明確に示し、実用計算に有用な知見を提供した。
5. 本研究で得られた成果の一部を Web 上にて乱流データベースとして世界に発信した(<http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/turbulence/index.html>)。

謝辞

DNS の大部分には東北大学情報シナジーセンター（現 東北大サイバーサイエンスセンター）の計算機 SX-7/7C を用いて行った。また、本研究は、私学・学術フロンティア推進事業「ホリスティックアプローチによる計算科学の新展開」による支援を受けている。ここに記して謝辞を表す。

参考文献

- [1] Friedrich, R. and Arnal, M., "Analysing turbulent backward-facing step flow with the lowpass-filtered Navier-Stokes equations", *J. Wind Engng. Indust. Aerod.*, 35 (1990), 101-128.
- [2] Le, H., Moin, P. and Kim, J., "Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step", *J. Fluids Mech.* 330 (1997), 349-374.
- [3] Avancha, R. V. R. and Pletcher, R. H., "Large eddy simulation of the turbulent flow past a backward-facing step with heat transfer and property variations", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 23 (2002), 601-614.
- [4] Leonardi, S., Orlandi, P., Smalley, R. J., Djenidi, L. and Antonia, R. A., "Direct numerical simulation of turbulent channel flow with transverse square bars on one wall", *J. Fluids. Mech.*, 491 (2003), 229-238.
- [5] Yakhot, A., Liu H. and Nikitin N., "Turbulent flow around a wall-mounted cube; A direct numerical simulation", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 27 (2006), 994-1009.
- [6] Kawamura, F., Seki, Y., Iwamoto, K. and Kawamura H., "DNS of heat transfer in turbulent and transitional channel flow obstructed by rectangular prisms", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 28 (2007), 1291-1301.
- [7] Sewall, E. A., Tafti, D. K., Graham, A. B. and Thole, K. A. "Experimental validation of large eddy simulations of flow and heat transfer in a stationary ribbed duct", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 27 (2006), 243-258.
- [8] Nagano, Y., Hattori, H. and Houra, T., "DNS of velocity and thermal fields in turbulent channel flow with transverse-rib roughness", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 25 (2004), 393-403.
- [9] Krogstad, P. -A., Andersson, H. I., Bakken, O. M. and Ashrafiyan A., "An experimental and numerical study of channel flow with rough walls", *J. Fluids. Mech.*, 530 (2005), 327-352.
- [10] Makino, S., Iwamoto, K. and Kawamura, H., "Vortex structures and turbulent statistics in turbulent flow behind an orifice", *Proc. 5th Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 2 (2007), 823-828.
- [11] Makino, S., Iwamoto, K. and Kawamura, H., "Turbulent structures and statistics in turbulent channel flow with two-dimensional slits", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 29 (2008), 602-611.
- [12] 牧野 総一郎, 岩本 薫, 河村 洋, "矩形オリフィス後流における乱流熱伝達の直接数値シミュレーション", *Thermal Science & Engineering*, 15-4 (2007), 175-183.
- [13] Makino, S., Iwamoto, K. and Kawamura, H., "DNS of turbulent heat transfer through two-dimensional slits", *Progress in Comp. Fluid Dyn.*, 8 (2008), 397-405.
- [14] Cherdrón, W., Durst, F. and Whitelaw, J. H., "Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansion", *J. Fluids. Mech.*, 84 (1978), 13-31.
- [15] Cherdrón, W., Durst, F. and Whitelaw, J. H., "Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansion", *J. Fluids. Mech.*, 84 (1978), 13-31.

- [16] Fearn, R. M., Mullin, T. and Cliffe, K. A., "The plane symmetric sudden-expansion flow at low Reynolds numbers", *J. Fluids. Mech.*, 211 (1990), 595-608.
- [17] Durst, F., Pereira, J. C. F. and Tropea, C., "Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion", *J. Fluids. Mech.*, 248 (1993), 567-581.
- [18] 太田 照和, 柳岡 英樹, 畑 孝典, "二次元対称急拡大流路内流れと熱伝達の数値解析", *日本機械学会論文集*, B 60-579 (1994), 3930-3936.
- [19] Alleborn, N., Nandakumar, K., Raszillier, H. and Durst, F., "Further contributions on the two-dimensional flow in a sudden expansion", *J. Fluids. Mech.*, 330 (1997), 169-188.
- [20] 太田 照和, 柳岡 英樹, 渋谷 一幸, 中島 円, 吉川 浩行, "急拡大矩形流路内のはく離流れと熱伝達の数値解析", *日本機械学会論文集*, B 66-648 (2000), 2109-2116.
- [21] Escudier, M. P., Oliveira P. J. and Poole, R. J., "Turbulent flow through a plane sudden expansion of modest aspect ratio", *Phys. Fluids.*, 14 (2002), 3641-3654.
- [22] Fadlum, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. and Mohd-Yusof, J., "Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations", *J. Comp. Phys.*, 161 (2000), 35-60.
- [23] 牧野 総一郎, 生田 貴大, 河村 洋, 岩本 薫, 武田 哲明, "矩形オリフィス後流の予測に関する DNS, LES 及び RANS の比較", *第21回数値流体力学シンポジウム* (2007), CD-ROM.
- [24] 安部 賢一, 長野 靖尚, 近藤 継男, "はく離・再付着を伴う乱流場への適用を考慮した k - ϵ モデル", *日本機械学会論文集*, B 58-554 (1992), 3003-3010.
- [25] Wilcox, D. C., "Comparison of Two-Equation Turbulence Models for Boundary Layers with Pressure Gradient", *AIAA Journal*, 31-8 (1993), 1414-1421.
- [26] Comte, P., Lesieur, M. and Lamballais, E., "Large- and small-scale stirring of vorticity and a passive scalar in a 3-D temporal mixing layer", *Phys. Fluids.*, A 4 (1992), 2761-2778.
- [27] Neto, A. S., Grand, D., Metais, O. and Lesieur, M., "A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step", *J. Fluids Mech.*, 256 (1993), 1-25.