

[共同研究成果]

直接数値シミュレーションを用いた壁乱流における 流体線・流体面の伸長や混合に関する研究

塚原隆裕* 河村 洋*

* 東京理科大学 理工学部 機械工学科

1. 緒言

乱れた流れによる混合の問題は古くより多くの研究者によって研究されてきたが、系統的な研究というのは多くない。これは、流れによる混合の度合いを定量的に評価することが容易ではない点にある。しかし、近年の計算機の発達により、流れの支配方程式を厳密に解く直接数値シミュレーション (DNS) が盛んに実施されている。この数値実験により、乱流場を正確に再現することが可能になってきた。得られた DNS データベースを利用することで、流体粒子の集合から成る曲線や曲面 (流体線、流体面[1]) の変形を追跡し、混合の定量化をする方法がある。乱流によって移流される流体線・面の運動やその統計は、乱流中での渦管の伸長の問題や、乱流燃焼等における熱・物質の乱流混合の問題などと深い関連があり、基礎物理だけでなく、応用分野においても重要な知見をもたらす。実際、産業界や自然界に観察される乱流は、輸送機周りやダクト内または大気の流れなどが挙げられるが、いずれも壁面の影響を受ける壁乱流と呼ばれる。本研究でも壁乱流のカノニカルな形態の一つとして平行平板間乱流 (チャンネル乱流) に焦点を当て、流体線・面による混合の評価を行った。

Batchelor [1]により、乱流における無限小長さの線や面 (線素や面素) の変形の研究が始められ、線素は指数関数的に伸ばされることが示されている。近年の大型計算機の発達に伴い、Kida & Goto [2,3]は有限長さの曲線の追跡を行い、流体線の伸長率を求めている。彼らによれば、流体線の非一様な伸長を正確に評価するために、有限長の曲線の追跡が必要であると指摘している。Goto & Kida [3]は、初期に積分長と比して十分に広がった流体線の伸長率の時間発展が、乱流中の最小スケールの渦の旋回時間 τ_η だけではスケールリングできず、レイノルズ数依存性 (τ_η によるスケールリングを行っても、レイノルズ数の大きい乱流場ほど混合の効率が良くなる) を呈することを示している。これは、線の伸長には最小スケールの渦が常に寄与する一方で、大きな渦の折り畳みによってより伸長が強い領域により多くの線が堆積し、結果、伸長率が大きくなるためと考えられている。つまり、レイノルズ数増加に伴って渦が広範囲な多重スケールにわたり、その連続的な階層構造が流体線のより効率的な伸長を促していると言える。

これら流体線や流体面の乱流混合における数値的な研究の多くは、等方性乱流中の追跡であり、本研究では、チャンネル乱流中の流体線の変形・伸長を追跡することで、壁乱流における混合作用の定量化を目的としている。筆者のグループ[4]は DNS を用いて、チャンネル乱流においても流体線は指数関数的に伸長され、また壁面からの高さによって伸長率が異なることを示している。壁乱流においては、壁近傍の微細渦構造から外層の大規模構造に至る広範囲なスケールの階層構造の存在が知られている。そのため、壁面からの高さに応じてコルモゴロフ時間 τ_η が変化することにより、チャンネル乱流における流体線の伸長率の決定は複雑になる。また、流体線の初期方向がスパン方向である場合のみであり、チャンネル乱流の伸長率にみる非等方性についてはまだ

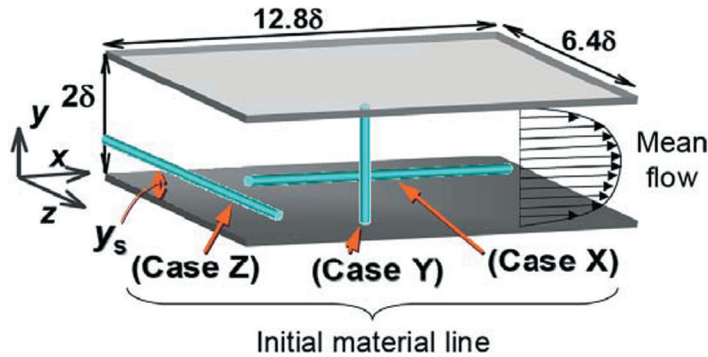


図 1 流路形状および初期の流体線。

議論されていない。壁乱流の流体線・面を議論する上で、そのパラメータは“壁面からの距離”、“線の向き”であり（他に、“レイノルズ数”）、流体線の伸長における初期条件（線の高さ・向き）への依存性について検討していく。さらに、流体線のフラクタル（相関）次元を算出することで、壁乱流に内在する自己相似性を評価する。

本計算において、Lagrange 的に扱う流体線（流体粒子）を追跡するプログラムコードには if 文の繰り返しが多い点、そして指数関数的に流体粒子が増加する点により、Euler 的な扱いである流れ場の計算のみよりも当然、計算負荷が大きくなる。流体線放出初期は「流れ場の計算時間 > 流体粒子の計算時間」であるが、伸長率が統計的定常になる以前に「流れ場の計算時間 < 流体粒子の計算時間」となり、計算負荷が計算開始時に比べ倍増する。さらに、流体面の解析（放出時から粒子が多い）、フラクタル次元の解析（次元算出には十分に沢山のデータ点を要する）となれば、大量の CPU 時間と CPU メモリ確保が要求される。また、伸長率等の統計量を得るには、多数の試行回数を要するため、ここでは一計算について複数の流体線をし、各々の流体線について一つずつの CPU で計算させる方法をとった。また、流れ場の計算、流体粒子の計算共に計算効率（ベクトル化率、並列化、バンクコンフリクト削減）の向上を図った。

2. 数値解析手法

2.1. 流れ場

解析対象となる流れ場は、十分に発達した無限に広い平行平板間乱流である（図 1）。主流 (x 軸) 方向に一樣な圧力勾配を付加することで流れが駆動されているものとし、非圧縮のポアズイユ乱流を想定している。また、水平方向には周期境界条件、壁面においては滑りなし条件を付加している。摩擦速度 u_τ 、チャネル半幅 δ および動粘性係数 ν に基づくレイノルズ数で $Re_\tau = 180$ としている。平均流速とチャネル幅によるレイノルズ数で約 5700 に相当する。支配方程式は、連続の式、及び Navier-Stokes 方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^+}{\partial t^*} + (\mathbf{u}^+ \cdot \nabla) \mathbf{u}^+ = -\nabla p^+ + \frac{1}{Re_\tau} \nabla^2 \mathbf{u}^+ \tag{2}$$

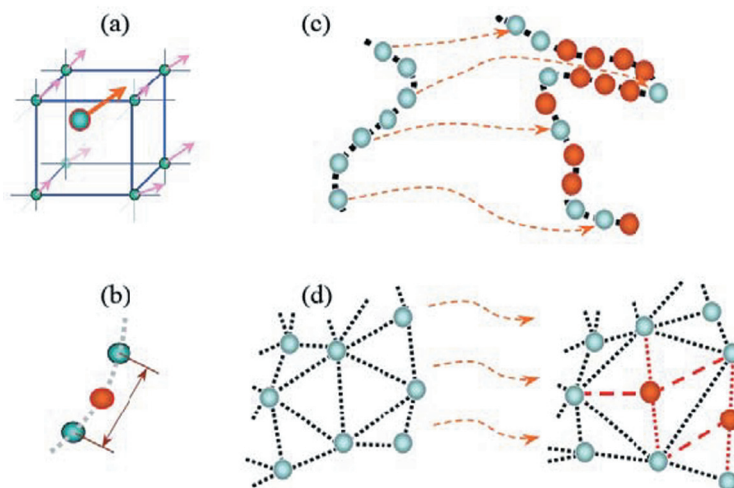


図2 流体線と流体面のシミュレーション。(a) 流体粒子の移動はオイラー格子上の速度定義点から補間して算出。(b) 隣合う流体粒子間が閾値 Δ_L を超えたとき、新たな流体粒子を補間。(c) 流体線の補間の様子。(d) 流体面の補間の様子。

の二式で、フラクショナルステップ法によりカップリングを行う。ここで、 $\mathbf{u} = (u, v, w)$ は速度ベクトル、 p は圧力、 t は時間である。上添え字+は壁面量による無次元化を、*は δ による無次元化を表す。

空間的離散化に有限差分法を用いた。時間進行は、壁垂直(y 軸)方向の粘性項に対しては、2次精度クランク・ニコルソン法を、その他の項は2次精度アダムス・バッシュホース法を用いた。他方、差分精度としては、流れ(x 軸)方向、スパン(z 軸)方向には4次精度中心差分を用い、壁垂直方向は不等間隔格子を用いており2次精度で扱った。格子点数 N_i は、 $(N_x \times N_y \times N_z) = (256 \times 128 \times 256)$ とした。

2.2. 流体線・流体面

流体線は、流体粒子の集合より構成された仮想の曲線である。すなわち、流体線上の任意の点 $\mathbf{x}_p(t)$ は、その点における流速 $\mathbf{u}(\mathbf{x}_p(t), t)$ によって移流される (図 2(a))。しかし、流体粒子間の相互干渉は考慮せず、また流体中を運動することによって生じる抵抗力も無視する。図 2(c) で模式的に表すように、流体線は、十分短い間隔で置かれた点の集合で表現され、隣り合う流体間の距離が乱れの最小スケール (コルモゴロフスケール η) 程度の閾値 Δ_L を超える度に、二点間中央に新たな粒子を追加し、流体線を十分滑らかに補間していく (図 2(b))。また、流れ場および流体粒子追跡の時間刻み Δt は、乱れの最小時間スケールであるコルモゴロフ時間 τ_η に対して十分に小さいものとした。

流体線の初期条件による依存性を調べるため、初期方向と初期高さを変えて解析を行う。初期方向について x 軸に平行な流体線を Case X として、 z 軸に平行な流体線を Case Z、壁に垂直な場合を Case Y と明記する。また、Case X と Case Z については、壁からの初期高さ y_s も重要なパラメータである。ここでは、初期高さを壁面近く (y_s^+

表 1 プログラム性能。

CPU 時間 [hh:mm:ss]	217:35:48
MOPS 値	604.6
MFLOPS 値	174.6
MOPS 値 (実行時間換算)	2,454.4
MPFLOPS 値 (実行時間換算)	708.9
平均ベクトル長	255.4
ベクトル演算率 [%]	82.6
メモリサイズ [MB]	100,928.0
プロセッサ同時実行時間	(16 並列時)
Conc. Time (≥ 1) [sec]	192967.1
Conc. Time (≥ 2) [sec]	162778.2
Conc. Time (≥ 3) [sec]	130440.3
Conc. Time (≥ 4) [sec]	114388.2
Conc. Time (≥ 8) [sec]	8800.3
Conc. Time (≥ 12) [sec]	2571.6
Conc. Time (≥ 16) [sec]	2498.9
バンクコンフリクト時間 [sec]	3957.8

= 5, 15) と壁から離れた外層 ($y_s = \delta/2, \delta$) などとした。

流体面も同様に流体粒子の集合から成り、コルモゴロフスケール程度の微小な三角要素を連結したものである。図 2(d) の様に、三角要素の一边が閾値 Δ_L を越えて伸びた時、新たに粒子を補間することで、三角要素を二つに等分割する。

2.3. プログラム性能

東北大学情報シナジーセンターの SX-7 にて本計算プログラムを実行し、表 1 に Proginf の一例を示す。ここで、計算プログラムの解析条件は、Case Z における 8 本の流体線の追跡を 12000step (無次元時間で $t^* = tu_\tau/\delta = 0 \sim 2.4$) に亘って解析を行ったものである。各流体線は初期で 512 個の粒子から成り、最終的には最大で一本当り 2^{25} (約 3 千万個) の粒子数にまで増加する。よって、計算に最低限要するメモリーは、チャンネル乱流自体の直交座標系における格子数 50,331,648 点と、流体線を構成する全流体粒子 268,435,456 個の三次元 (速度、又は座標) データ分だけ必要となる。並列化には OpenMP を用いている。

平均ベクトル長は高い値を示すが、ベクトル化演算率が 90% に達していない。また、並列化に際して、負荷バランスが偏っている。これらは流体線の可視化 (1000step 毎) データを出力していたことと (可視化データ出力無しではベクトル演算率が約 98%)、流体線が初期位置によって伸び方が変わるため、追跡する粒子数が流体線 (一つの流体線を一つのプロセッサで処理) によってバラつきが生じるためである。また、流体

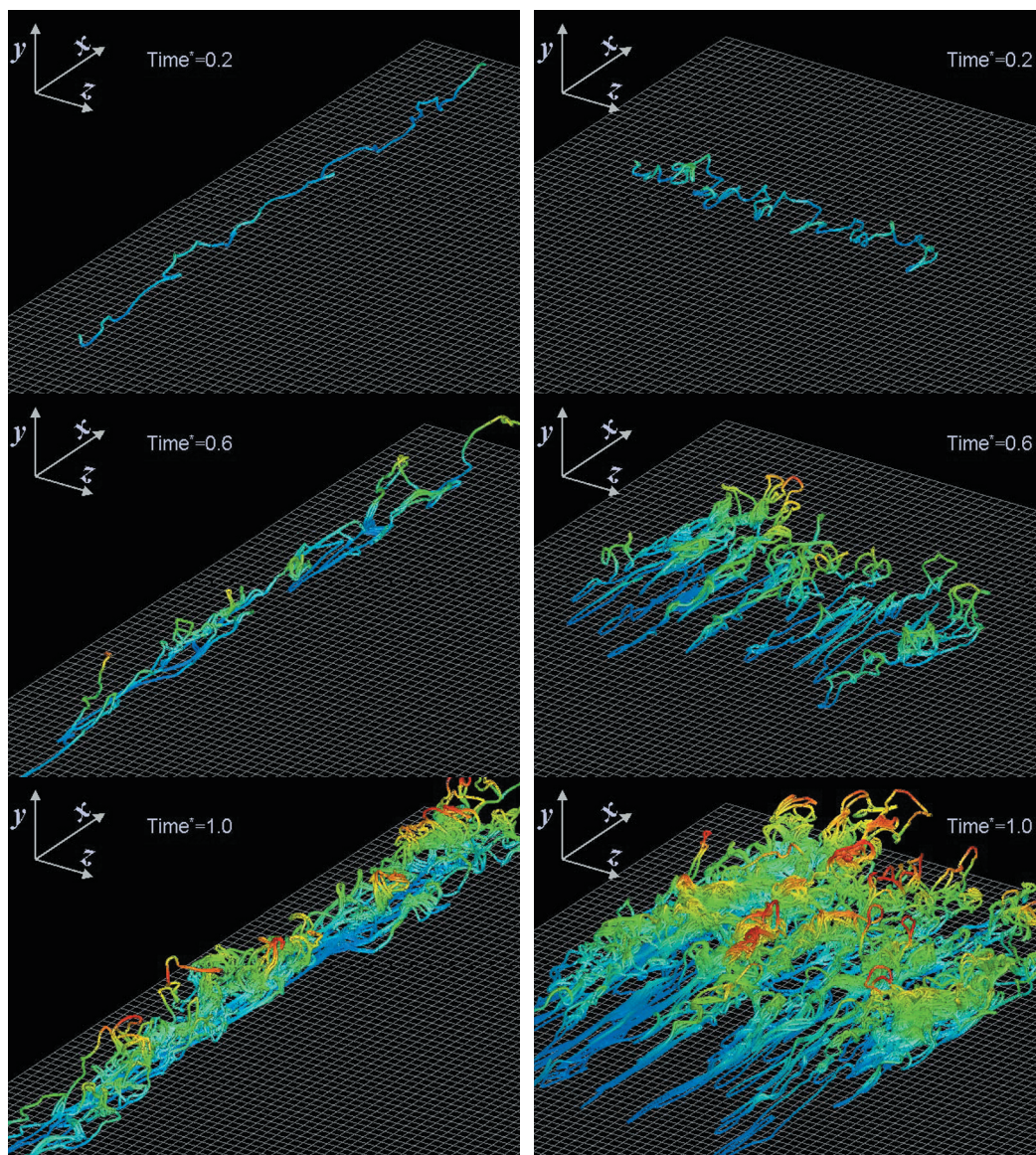


図3 初期高さ $y_s^+ = 15$ (壁面近く) から放出された流体線の時間的発達の様子。主流方向は左下から右上向き。流体線の色は壁面からの距離を示す：赤、チャンネル中央；青、壁面近傍。時間進行は上から下の順。(左段) Case X、(右段) Case Z。

線が発達してくると、流れ場の計算よりも流体粒子運動の計算に時間を要するため、流体線の解析にベクトル化の困難なルーチンがあるとベクトル化率が低くなる。プログラム作成にはバンクコンフリクトの回避に注意し、CPU 時間に対し占めるバンクコンフリクト時間は 0.5%程度まで抑えられた。また、流れ場の計算のみについては、Open MP による並列化が効率的に行われているが、コンパイル時の問題から比較的大規模なループは数千行にまで抑える必要があった。

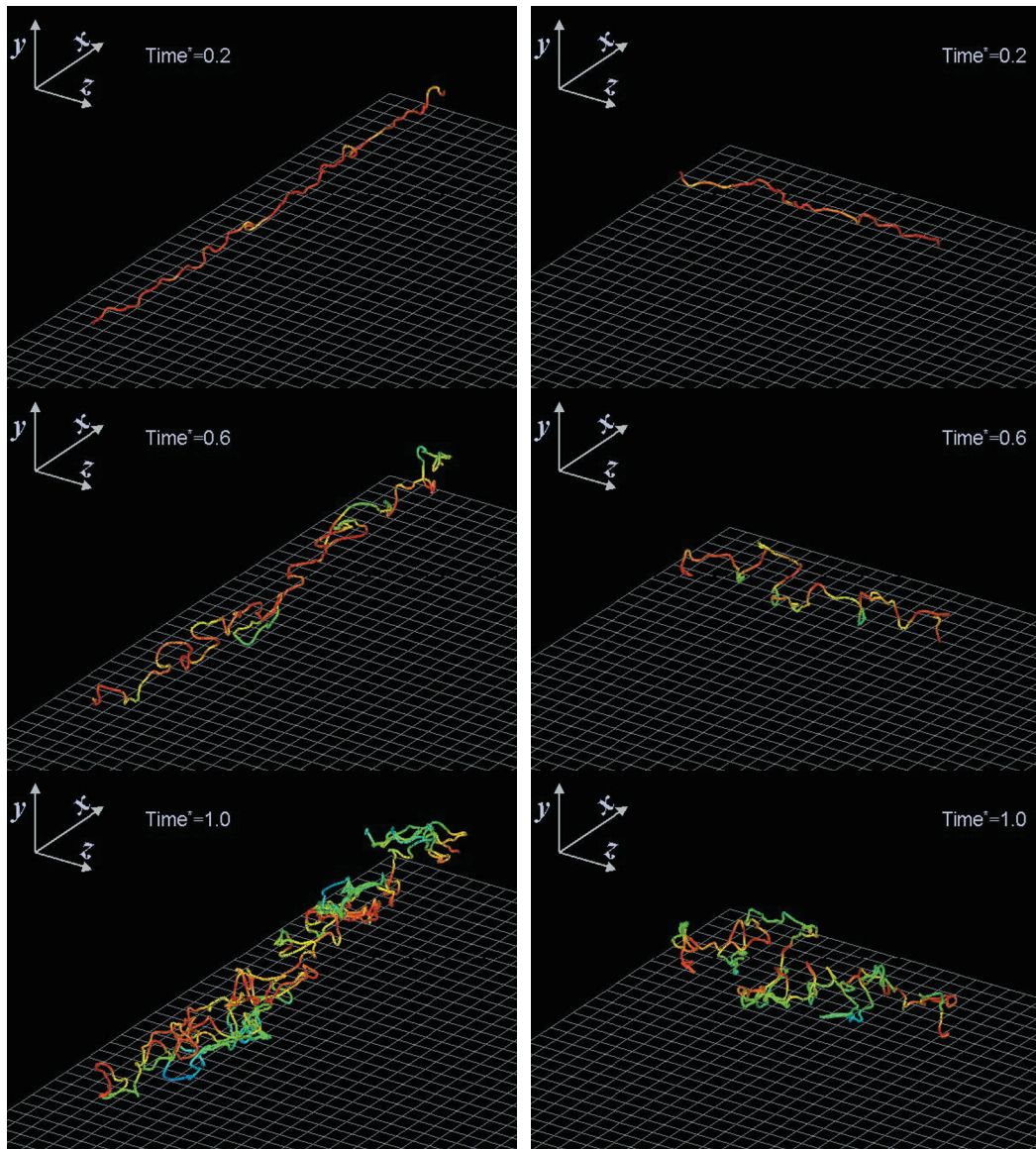


図4 初期高さ $y_s = \delta$ (チャンネル中央) から放出された流体線の時間的発達の様子。主流方向は左下から右上向き。流体線の色は壁面からの距離を示す：赤、チャンネル中央；青、壁面近傍。時間進行は上から下の順。(左段) Case X、(右段) Case Z。

3. 結果及び考察

3.1. 流体線の伸長にみる異方性

3.1.1. 可視化

チャンネル乱流中に、スパン方向または主流方向に伸びた流体線を放し、その時間発展した様子を図3、4に示す。線の初期長さはそれぞれの方向の計算領域サイズと等

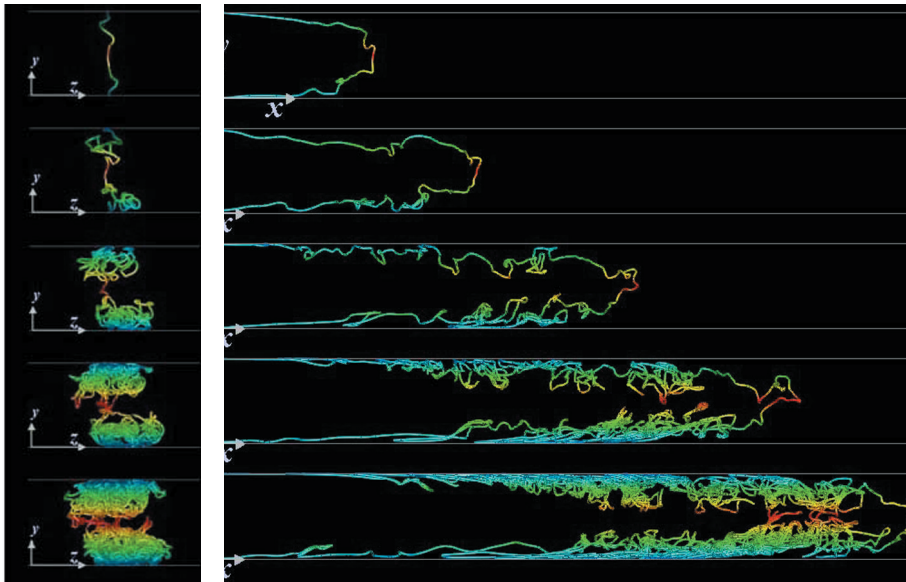


図5 Case Yにおける流体線の時間的発達の様子。流体線の色は壁面からの距離を示す：赤、チャンネル中央；青、壁面近傍。時間進行は上から下の順： $t^* = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 。(左段) 上流方向からの観察、(右段) スパン方向から観察。

しく、 $L_0 = 12.8\delta$ (Case X) と $L_0 = 6.4\delta$ (Case Z) としている。壁面からの距離の依存性を評価するため、初期高さを乱流エネルギーのピーク位置 ($y_s^+ = 15$)、及びチャンネル中心 ($y_s = \delta$) として移流させた。壁近くの流れ線 ($y_s^+ = 15$) に注目すると (図3)、線の初期方向によって、変形の様子や、流体線の拡散の速さに違いが生じていることが分かる。Case X よりも Case Z の方が線の拡がり (水平方向) が顕著で、三次元的で複雑な変形が観察される。Case X の線にも三次元的に複雑な伸長が間欠的に観察されるが、特に、放出直後 ($t^* = 0.4$) の線にみる変形は極めて小さく (部分的に直線が保たれている)、線の伸長は弱い。壁近傍に比して乱れが等方的に近づく外層 (チャンネル中央) においては、流体線が初期の向きに依らず3次元・等方的に変形していることが分かる (図4)。ここで、図3、4に示した格子の幅は、流体線初期高さにおけるコルモゴロフスケール $\eta(y_s)$ の20倍に相当しており、流体線の細かい変形の長さスケールが $\eta(y_s)$ に応じて変化していることが分かる。流体線が初期高さから殆ど拡がっていない発達初期段階においては、 $\eta(y_s)$ の長さスケール程度の渦により線の伸長が行われていると考えられ、その伸長率は $\tau_\eta(y_s)$ で規格化されると期待できる。流体線の初期方向を壁垂直方向とした場合 (Case Y) の線の伸長を図5に示す。平均流により、線がチャンネル中心で最も速く移流される一方、壁近傍の流体粒子は静止しており、主流方向に流体線が線形的に伸長している。また、壁近傍では細かい線の変形が見られ、強く伸長されているが、チャンネル中央部では線の湾曲は緩やかである。

3.1.2. 指数伸長率

流体線は指数関数的に伸長されることから、指数伸長率 γ

$$L(t) = L_0 \exp(\gamma t) \quad (3)$$

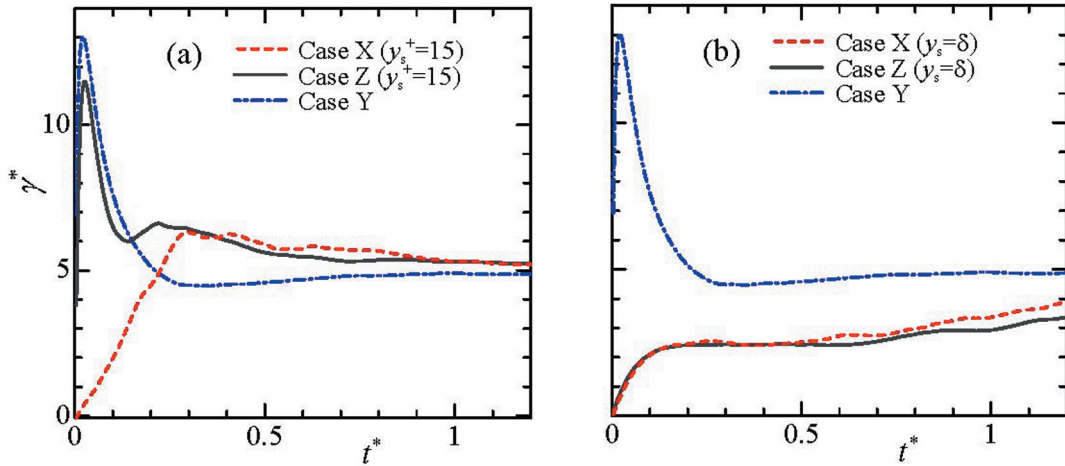


図6 流体線の指数伸長率。

$$\gamma = \frac{d}{dt} \log L(t) \tag{4}$$

を定義する。初期長さ L_0 の流体線を各初期高さ ($y_s^+ = 15$ 、 $y_s = 8$) から移流させ、それぞれの条件における伸長率 γ を図6に示す。ここで、得られた値は、各初期条件で16回の試行についての統計値である。図6(a)から、初期条件に依らず、時間経過に伴い伸長率がある一定値に漸近している ($\gamma \rightarrow 5$)。これは流体線がチャンネル全体に十分に発達し、レイノルズ数のみで決まるチャンネル内平均伸長率に収束するためである。図6(b)で、チャンネル中央からの流体線における伸長率が平均伸長率に収束するにはさらに時間を要し、混合が外層において遅いことが分かる。また、伸長率の時間変化の初期段階 ($t^* = 0 \sim 0.5$) に注目すると、初期高さ (内層とチャンネル中央) や向き (Case X、Z) の依存性が確認できる。内層の流体線 ($y_s^+ = 15$) について、Case Z は初期に急激な伸長率の変化を見せ、極大値をとった後に Case X と同程度の値をとり平均伸長率に漸近する。主流方向の線 (Case X) は伸長されにくく (伸長率の増加が遅く)、特に、線の放出直後では、伸長率がゼロ、または負となって線の収縮が生じている。一方、チャンネル中央の流体線 (図5(b)) は、初期の線の向きに依らず、放出直後の早い時期から Case X と Case Z でほぼ同じ伸長率の変化を示し、チャンネル中央の等方性を示唆している。壁乱流では壁からの距離に応じて大小広範囲の渦が存在し、チャンネル全域に伸びた流体線の伸長においては多重スケールの渦が影響することが考えられる。Case Y における伸長率に注目すると、初期 ($t^* = 0 \sim 0.1$) には $y_s^+ = 15$ (Case Z) における伸長率と同程度であることが分かる (図6(a))。つまり、Case Y において内層 ($y^+ = 15$ 付近) の渦構造が及ぼす伸長が支配的であることが示唆される。

3.2. 流体面の伸長

3.2.1. 可視化

チャンネル乱流内の流体面の解析結果を図7に示す。初期の流体面は、壁面と平行であり初期高さ $y_s^+ = 15$ 又は $y_s = 8$ として、 6.48×6.48 の大きさとした。乱流により強

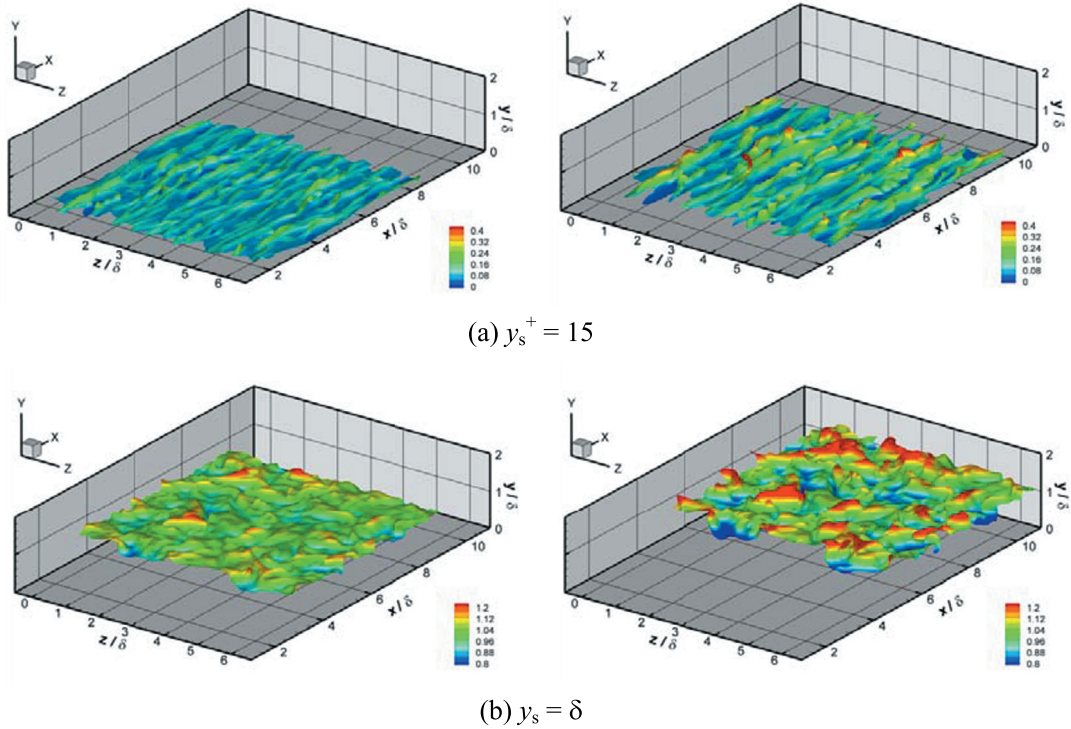


図 7 流体面の時間的発達の様子。初期状態は壁面に平行な面で、初期高さは、(a) 壁近く又は(b)チャンネル中央。主流方向は左下から右上向き。流体面の色は下壁面からの距離を示す（凡例を参照）。（左）放出から $t^* = 0.1$ 経過、（右） $t^* = 0.2$ 。

く伸長されていることが分かるが、初期高さの違いによって、変形される様子が異なっている。図 7(a)では、主流方向に沿った筋上の歪みが生じている。これは、壁近くでは主流方向の縦渦が頻繁に生じているためである。一方で、図 7(b)は等方的な変形が見られる。

3.2.2. 流体面の指数伸長率

流体面々積の増加の様子を図 8(a)に示す。ここで、縦軸は片対数でプロットしており、時間発展がグラフ上でほぼ直線となっていることから、流体線と同様に指数関数的に伸長されていることが示唆される。伸長が最も強いケースは初期高さ $y_s^+ = 15$ のときで、チャンネル中央に近づくにつれて伸長が遅くなっている。しかし、壁の極近傍 ($y_s^+ = 5$) においては、 $t^+ = 0.45$ までチャンネル中央部よりも伸長が緩やかである。これらの傾向は、Case Z の流体線と同様の結果である。

流体面においても指数関数的に伸長されることから、ここで、流体面々積 $A(t)$ における指数伸長率を次式で定義する。

$$\gamma_A = \frac{d}{dt} \log A(t) \quad (5)$$

図 8(b)に示すように初期高さのコルモゴロフ時間 $\tau_\eta(y_s)$ で伸長率のスケーリングを行うと、初期高さへの依存性が小さくなるのが過去の知見[2-4]から予測される。図 8(b)

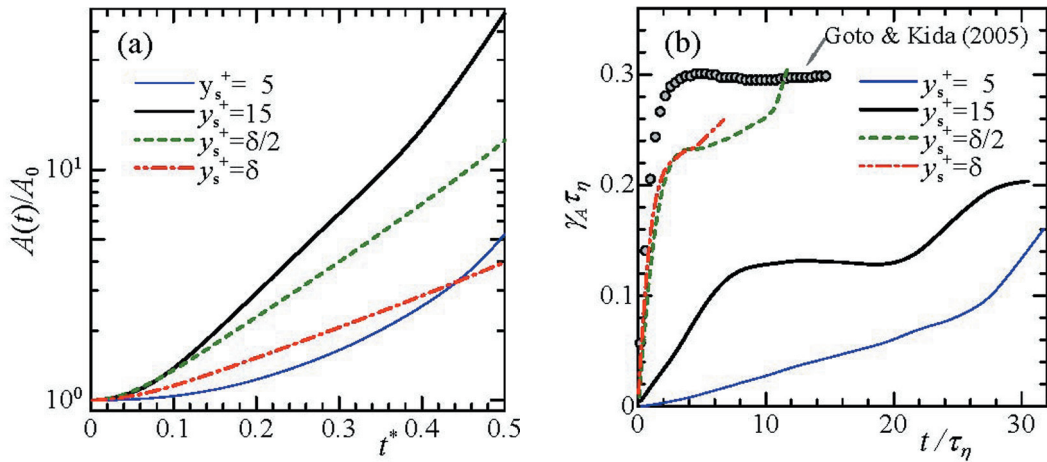


図 8 流体面の伸長。(a) 面積の時間発展、(b) コルモゴロフ時間で無次元化した指数伸長率。一様等方性乱流における流体面の伸長率 (Goto & Kida [3]) を併せて示す。

には一様等方性乱流中の流体面の追跡で得られた伸長率を併せて示す。本解析結果によると、乱れが等方的に近づく外層 ($y_s = \delta/2, \delta$) での伸長率は、初期高さの依存性はほとんど見られない。一方、内層 ($y_s^+ = 5, 15$) ではスケールされないことが分かる。また、伸長率の値は一様等方性乱流に比べて小さく、内層では半値以下になっている。このことより、内層と外層で混合の特性が大きく異なることが示唆される。

3.3. 流体線の変形にみる自己相似性 (フラクタル次元)

流体線が変形し、複雑になる様子を定量化するため、本研究では変形中の流体線について相関次元(フラクタル次元)の解析を行った。相関次元は、Grassberger & Procaccia [5]により提案され、幾何学的特徴を定量化するフラクタル次元の一種である。

各初期条件における流体線の相関次元 D_c を求め、その時間変化を図9に示す。ここでの相関次元の値は、各条件の流体線 16 本ずつにおける統計値である。図9に示されるように、流体線は直線 ($D_c = 1$) から複雑に変形していき、平面的あるいは立体的に広がるため線のフラクタル次元が徐々に増加している。流体線の発達段階に注目すると、Case Z の線が各初期高さ ($y_s^+ = 5, 15$) においてフラクタル次元が大きい値となっている。最もフラクタル次元の増加の早いケースが $y_s^+ = 15$ (Case Z)、増加の緩やかなケースが $y_s^+ = 5$ (Case X) となることから、流体線の変形においては線の方角と粘性高さ y^+ が強く依存することが分かる。前節に述べたように、Case X における放出直後の流体線は伸長されておらず ($\gamma \approx 0$)、直線を保っていると考えれば、本解析結果はフラクタル次元 $D_c = 1$ であることと矛盾しない。一方、 $y_s = \delta$ のチャンネル中央においては、図5で示されるように線の伸長が初期の向きに殆ど依らないため、フラクタル次元の値・時間的増加も Case X と Case Z で顕著な差は現れていない。Case Y については、ほぼ単調に増加している。

初期条件に依らず、チャンネル全体に流体線が十分に広がるとフラクタル次元が約 $D_c = 2.5$ に漸近する結果が得られた (図は省略)。これは、Mandelbrot [6]が得た値 (D

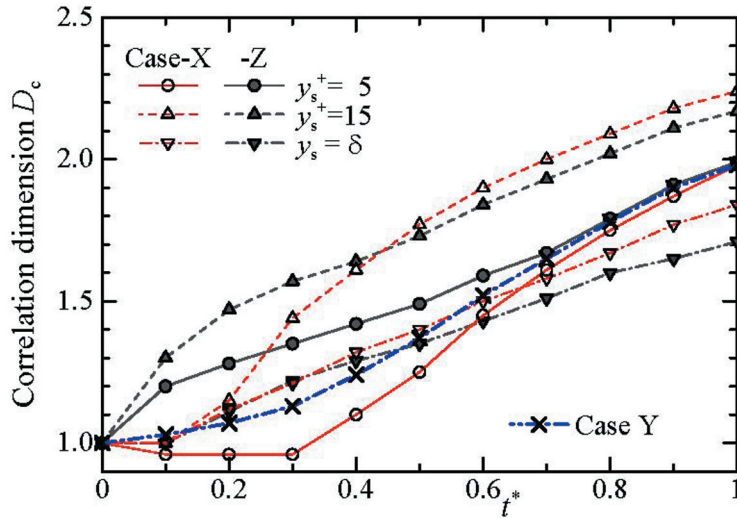


図9 流体線のフラクタル次元（相関次元）。

= 2.5) に近く。また、境界層や噴流等における渦度界面のフラクタル次元の測定値 $D_c \approx 2.4$ [7]とも近い結果である。

3.4. 無限小線素の伸長と乱流構造との関係（伸長因子）

前節までの伸長率における議論は有限長の流体線についてであり、時間発展にともなう流体線はチャンネル全体に広がるため、例えば壁面からの高さ別に伸長率を定めることは難しい。また、ランダムな方向に伸びた流体線の観察から、縦渦等の乱流構造が及ぼす流体線伸長への影響や、伸長率にみる非等方性を示す結果を考察することは困難である。そこで、任意の位置・向きにおける無限小長さの線素の伸長を評価することで、流れ場と流体線の伸縮を関係付けることが容易になる。線素 δ_i (i 方向の線素) が短い時間 Δt の間に指数関数的に変化すると考え、線素の伸長因子 λ_i を定義する。

$$\lambda_i(\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \log \frac{|\delta_i(\Delta t)|}{|\delta_i(0)|} = \frac{1}{\Delta t} \log \left| \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial x_i} \Delta t + \mathbf{e}_i \right| \quad (6)$$

平均速度勾配の影響を除いた乱流成分による線素の伸縮を評価するため、伸長因子の定義においては速度変動ベクトル \mathbf{u}' を用い、また、 \mathbf{e}_i は i 方向の単位ベクトルである。

ここで、任意の流路断面を可視化し、壁近傍の組織構造と線素の伸長因子の分布との相関に注目する（図 10）。図 10(a)には、主流速度変動 u'^+ (color contour) と壁垂直方向・スパン方向速度変動 v'^+ 及び w'^+ (vector) を示し、併せて速度勾配テンソルの第二不変量 II の等値線を示す。第二不変量が負の領域 ($II < 0$ 、図中の破線の等値線) は、流体が剛体回転を行っている領域に対応し、特に、チャンネル流路断面内で壁近くに現れていた負の領域は、縦渦（図中の+）の位置として解釈できる。また、第二不変量が正の領域 ($II > 0$) は、せん断が支配的となる領域である。低速領域の吹き上げや高速領域の吹き下げと、それらに伴うバースト現象（図中×）が強い正の領域 ($II > 0$) に確認できる。図 10(c,d)より、縦渦周りとはバーストの生じている所で λ_y や λ_z の

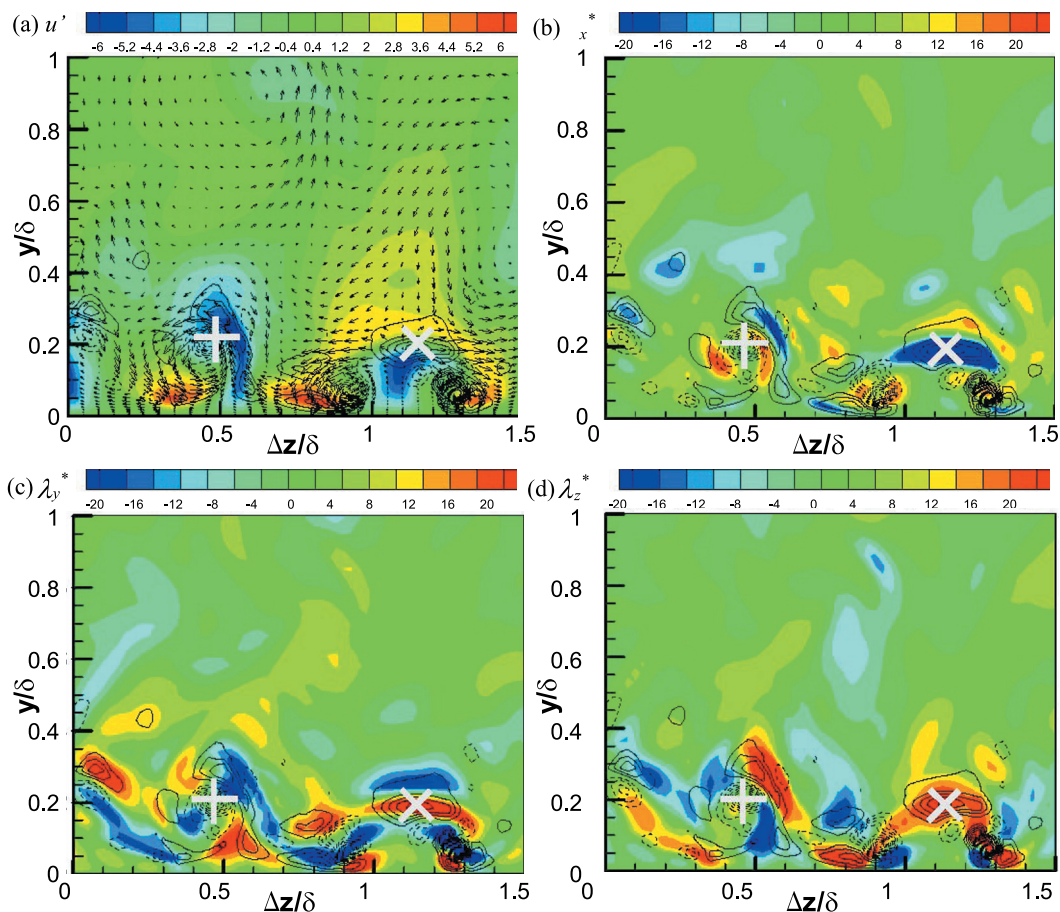


図 10 流路断面内の流れ場と無限小線素の伸長因子。(a) 主流速度変動成分（コンター）と他の速度成分（ベクトル）、(b) 主流方向線素の伸長因子、(c) 壁垂直方向線素の伸長因子、(d) スパン方向線素の伸長因子。等値線は速度勾配テンソルの第二不変量を示し、実線と破線はそれぞれ正值と負値を表す。

強い正值が現れ、線の伸長が活発になっていることが分かる。ちなみに、バーストでは、主流方向線素は伸長されない（あるいは収縮される）ため、 λ_x はゼロに近い値となる。また、吹き下げの領域で、 λ_z の顕著な正值が現れていることから、 $y^+ = 10\sim 40$ 程度で線が強く伸長しながら壁近傍に吹き下げられ、粘性底層に多くの流体線が堆積すると考えられる。内層における線素（および流体線）の伸長が、吹き上げと吹き下げ、縦渦やバースト現象の準秩序的な乱流構造に強く依存している。

4. 結言

チャンネル乱流 ($Re_\tau = 180$) の DNS により、流体線および二流体の界面に相当する流体面の変形・伸長率の解析を行った。特に、初期条件（線の高さと向き）への依存性に注目した。チャンネル中央部における流体線の変形は等方的で、初期の向きへの依

存性は小さく、その伸長率は一様等方性乱流に近い値となる。内層においては初期の向きの依存性が強く表れ、スパン方向と壁垂直方向の線が強く伸長され、主流方向の線は統計的にも伸長が極めて弱い傾向がある。流体面の伸長率の評価から、内層と外層で混合の特性が異なることを示した。また、準秩序構造との関連性も指摘した。相関次元によって各条件での線の変形を定量化し、充分発達した流体線のフラクタル次元として Mandelbrot [6] と近い値 ($D_c = 2.5$) を得た。

謝辞

本研究における全ての計算 (DNS および相関次元算出) は、東北大学情報シナジーセンターの大型計算システムを用いて実現したものである。Open MP による並列化等の際には、貴センタースタッフから有効な助言を頂いたことを感謝する。

参考文献

- [1] Batchelor, G. K.: The effect of homogeneous turbulence on material lines and surfaces, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A*, **213** (1952) 349-366.
- [2] Kida, S. and Goto, S.: Line statistics: Stretching rate of passive lines in turbulence, *Phys. Fluids*, **14** (2002) 352-361.
- [3] Goto, S. and Kida, S.: Reynolds number dependence of material line and surface stretching in turbulence, In *Proc. 4th Int. Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Williamsburg, USA, Jun. 27-29 (2005) 95-98.
- [4] 塚原隆裕, 河村洋: チャンネル乱流における流体線の伸長, *日本流体力学会誌* *ながれ*, **24** (2005) 609-618.
- [5] Grassberger, P. and Procaccia, I.: Measuring the strangeness of strange attractors, *Physica D*, **9** (1983) 189-208.
- [6] Mandelbrot, B.B.: On the geometry of homogeneous turbulence, with stress on the fractal dimension of the iso-surfaces of scalars, *J. Fluid Mech.*, **72** (1975) 401-416.
- [7] Sreenivasan, K.R.: Fractals and multifractals in fluid turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **23** (1991) 539-600.