

[研究開発公募の成果]

VOF 法による気液二相流れと熱伝達の 数値シミュレーション(第2報)

秋田大学工学資源学部機械工学科, 足立 高弘
秋田大学大学院工学研究科機械工学専攻, 人見 健太¹

1 緒言

鉛直な平板に沿って流下する薄い膜状の液体流れは、蒸発器、吸収器および凝縮器や燃料噴射などの工学分野でよく見られる流れである。この液膜流れは気相領域との境界に自由表面を共有する気液二相流れである。自由表面では波が生じる場合が多く、粘性や表面張力などが複雑に絡み合い、非線形現象や界面物性の物理の典型例ともなっている。工学的には、このような波を伴う乱れた流れを人為的に誘起して伝熱を促進させる目的から、平板上に乱れ促進体と呼ばれる溝加工を施すことが行われる[1, 2]。

伝熱面から液膜流を通して気相領域への熱伝達を促進させるには、液膜流内部の温度境界層を薄くすることが重要である。そのためには、伝熱面を流下する液膜の厚みを可能な限り薄くすること、あるいは液膜内の流れに乱れ生じさせ混合を促進することで速度境界層を薄くし、同時に温度境界層を薄くすることが重要となる。そこで本研究では、液膜の流れ方向に対して垂直な溝加工を施した場合の鉛直平板を流下する液膜流れと熱伝達を解析する計算プログラムの開発を行う。流れ方向に対して垂直な溝加工を施すことによって、溝内部に液膜を引き込ませ排除するドレンネッジ(水切り)効果が得られ、液膜を角部で薄くすることと液膜流れに乱れを与えることができ、熱伝達が促進されると考えられる。

前報[3]では、山崎[4]や米山[5]の用いたVOF(Volume of Fluid)法に若干の修正を加えた修正VOF法を用いて、鉛直平滑平板上を流下する液膜流についての数値解析を行い、計算結果とヌセルトの解析解との比較を行った。その結果、速度分布と温度分布ともに誤差が3%程度となり、計算精度のチェックと計算プログラムの信頼性を確認した。しかし、並列化の効率が不十分であったため計算の高速化が課題となった。本報では、課題となった並列化および高速化を進めると共に、伝熱を促進する目的として、流れ方向に対して垂直な溝加工を施した鉛直平板上を流下する液膜流の流動パターンと熱伝達特性に関するいくつかの計算を行ったので、その結果を報告する。

¹平成19年4月より、高砂熱学工業株式会社に勤務。

2 問題の定式化

2.1 支配方程式

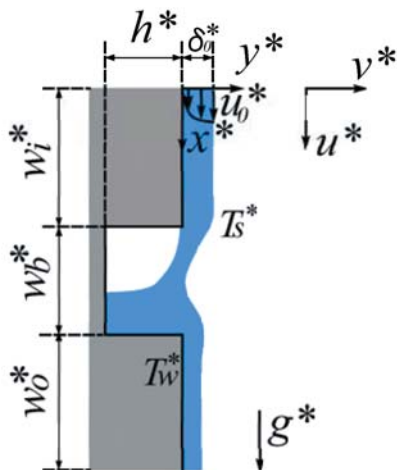


図 1: 物理モデルと座標系

図 1 に、鉛直平板に矩形横溝加工を施した伝熱面の物理モデルと座標系とを示す。座標軸は、平滑面上入口部を原点とし、鉛直下向きに x^* 軸をとり、それに垂直な方向に y^* 軸をとる。矩形横溝加工を施した伝熱面形状を決定する無次元パラメータは、溝部の溝深さ h 、溝幅 w_b 、溝上部流入側側の幅 w_i 、溝下部流出側の幅 w_o である。代表長さとして平滑平板を流れる液膜に関するヌセルトの液膜理論から得られる液膜厚さ δ_0^* を用いると伝熱面形状を決定する無次元パラメータは次式のようなになる。

$$h = \frac{h^*}{\delta_0^*}, \quad w_b = \frac{w_b^*}{\delta_0^*}, \quad w_i = \frac{w_i^*}{\delta_0^*}, \quad w_o = \frac{w_o^*}{\delta_0^*}. \quad (1)$$

ここで、変数上部の $*$ は次元を有することを意味する。また、流路全体の長さは $L = w_i + w_b + w_o$ である。なお、ヌセルトの液膜理論から得られる液膜厚さ δ_0^* は次式のようなになる。

$$\delta_0^* = \left(\frac{3\nu^* Q^*}{g^*} \right)^{1/3}. \quad (2)$$

ここで、 ν^* は流体の動粘性係数、 g^* は重力加速度、 Q^* は流量である。

本研究では液膜が薄く、プレートの奥行きが十分長い場合を考えているので、鉛直平板上の流下液膜を 2 次元非圧縮粘性流とする。また、気液界面では気相側からのせん断力は無視できるとする。上記の仮定を採用すれば、流れと熱移動を支配する方程式は、連続の式、ナビエ・ストークス方程式およびエネルギー方程式であり次式のようなになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = Fr - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (6)$$

上式では、平滑面を流れる液膜流に関するヌセルトの解析解から得られる液膜厚さ δ_0^* を代表長さ、その界面での速度 u_0^* を代表速度、壁面温度 T_w^* および液膜表面温度 T_s^* を代表温度として全ての変数を次式のように無次元化している。

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}}{\delta_0^*}, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}}{u_0^*}, \quad t = \frac{t^* u_0^*}{\delta_0^*}, \quad p = \frac{p^* - p_a^*}{\rho^* u_0^{*2}}, \quad T = \frac{T^* - T_s^*}{T_w^* - T_s^*}. \quad (7)$$

また、支配方程式中の無次元パラメータはそれぞれフルード数、レイノルズ数およびプラントル数であり、次式のように定義される。

$$Fr = \frac{\delta_0^* g^*}{u_0^{*2}}, \quad Re = \frac{u_0^* \delta_0^*}{\nu^*}, \quad Pr = \frac{\nu^*}{a^*}. \quad (8)$$

ここで、 a^* は流体の温度伝導率、 ρ^* は密度である。なお、 Fr と Re には $ReFr = 2$ の関係がある [6]。

2.2 境界条件

本研究で取り扱う問題には、気液界面境界、壁面境界、および流入・流出境界がある。以下にそれぞれの場合の境界条件を示す。

まず、気液界面での法線ベクトルを $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$ とし、位置および速度ベクトルを $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ 、 $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ とすると、気液界面での応力境界条件は次式のようになる。

$$-\left(p_s - \frac{2\kappa}{BoRe} \right) n_k \delta_{ik} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} n_k + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} n_k \right) = 0, \quad (i = 1, 2). \quad (9)$$

ここで、 δ_{ik} はクロネッカーのデルタ、 κ は気液界面の曲率、 Bo はボンズ数であり次式で定義される。

$$Bo = \frac{\delta_0^{*2} \rho^* g^*}{\sigma^*}. \quad (10)$$

σ^* は表面張力係数である。曲率 κ は水面位置 δ が x の関数と見なせる場合には

$$\kappa = \frac{\frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (11)$$

となる。

式 (9) を用いると、気液界面において接線方向の境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (12)$$

法線方向の境界条件は、法線方向が x 方向の場合には

$$p_s = -\frac{2\kappa}{BoRe} + \frac{2}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (13)$$

となり、法線方向が y 方向の場合には

$$p_s = -\frac{2\kappa}{BoRe} + \frac{2}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (14)$$

となる。このように、式 (13) と式 (14) により気液界面での表面圧力 p_s が求まり、表面張力の効果が表面圧力に繰り込まれる。また、気液界面では温度は一定として、温度条件は次式となる。

$$T = 0. \quad (15)$$

次に壁面上においては、流体は静止しており、壁面の温度を一定と仮定すると、境界条件は次式のようなになる。

$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = 1. \quad (16)$$

最後に流入口と流出口での境界条件は次式のように与える。すなわち、流入口での境界条件は速度および温度ともに、ヌセルトの液膜理論から得られる解析解を次式のように与える。

$$u = y(2 - y), \quad (17)$$

$$v = 0, \quad (18)$$

$$T = 1 - y. \quad (19)$$

流出口では自由流出条件とし次式とする。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (20)$$

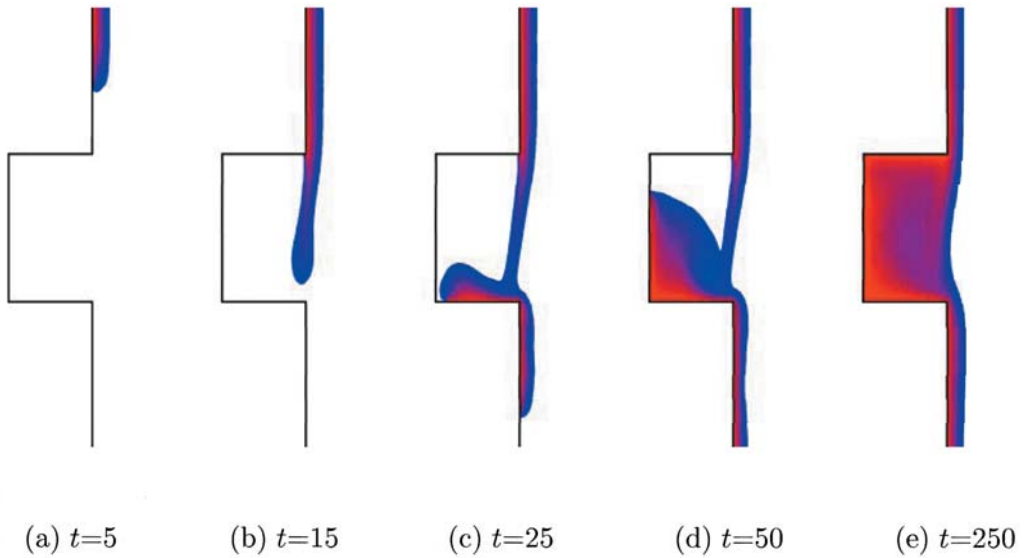


図 2: 溝深さ $h=5$ における液膜流パターンの時間変化

3 数値解析法

本研究では、ナビエ・ストークス方程式は HSMAC (Highly Simplified Marker and Cell) 法を用いて解く。HSMAC 法は圧力に関するポアソン方程式を直接解かず、連続の式を満足するよう圧力と速度を反復修正して解く方法である。前報では SMAC 法を用いて流速場を求めていたが、計算効率を改善するため本報では HSMAC 法を用いて計算を行う。エネルギー方程式は時間微分項に関して 2 次精度のアダムス・バッシュフォース法、移流項と粘性項に関して 2 次精度の中心差分を用いて解く。そして HSMAC 法により解かれた流速場を用いて流体充填率 F の移流を VOF (Volume of Fluid) 法により行い気液界面の挙動を表現する [4, 5]。VOF 法では流体充填率 F の移流を次式により行う (VOF 法の詳細については前報を参照)。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial (uF)}{\partial x} + \frac{\partial (vF)}{\partial y} = 0. \quad (21)$$

4 計算結果

本研究では、流路形状パラメータ $L = 15$ ($w_i = w_b = w_o = 5$)、無次元パラメータ $Re=30$, $Bo=1.6$, $Pr=2$ で、溝深さ $h=1, 3, 5$ の場合について、矩形横溝を有する鉛直平板上を流下する液膜の流れと熱移動の数値シミュレーションを行う。なお、格子刻み $\Delta x = \Delta y = 0.05$ 、時間刻み $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ とする。

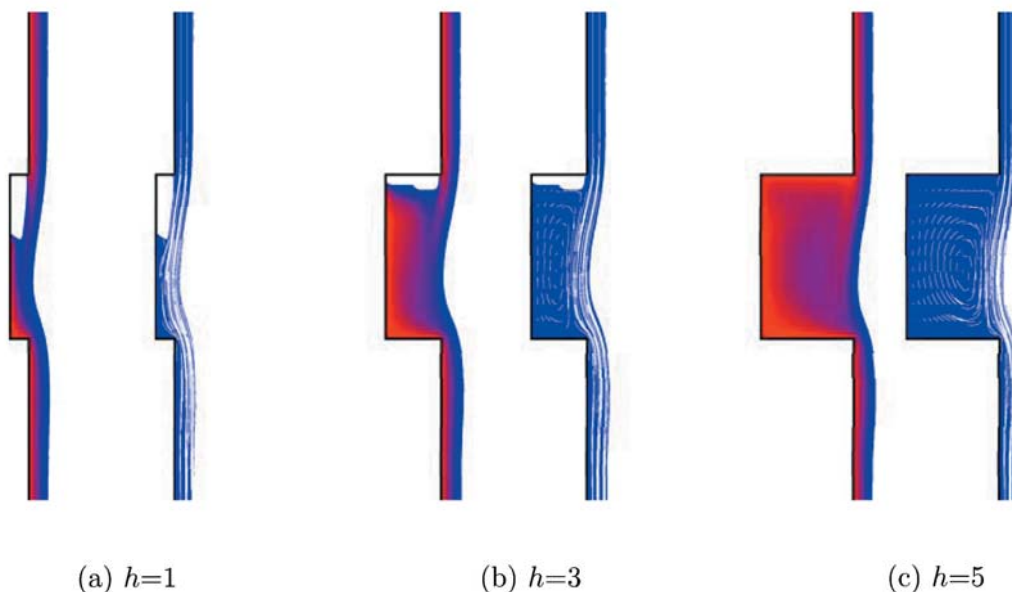


図 3: 各溝深さに対する温度場と流跡線 ($t=600$)

4.1 熱流動のパターン

溝加工平板を流下する液膜流の熱流動パターンを計算した結果の一例として、溝深さ $h=5$ に対する熱流動パターンの時間変化を図 2 に示す。図では流体充填率が $F \neq 0$ の領域 (流体が存在する部分) が示されている。温度分布は色で示されており、壁面で赤色 ($T = 1$)、気液界面で青色 ($T = 0$) になるように表示されている。

図 2(a) より、液膜が平板上部の流入口より壁に沿って流下している様子がわかる。図 2(b) では、液膜の先端位置が溝内部に入り込み偏流現象が生じていることがわかる。このように、溝を設けることで流体が溝内部に引き込まれる現象はドレンネッジ (水切り) 効果と呼ばれる。時間が経過すると、溝内部に引き込まれた液膜流は溝内部に留まって内部に充満していく流れと、流出口へ流下していく流れとに分かれる ($t=25$ から $t=50$)。その後さらに時間が経過すると、図 (e) に見られるように、溝内部が完全に流体で覆われる。ただし、溝内部が完全に流体で満たされた場合においても、液膜流れの自由表面形状は溝に沿って偏流の影響を残していることがわかる。

各溝深さに対し、十分に時間が経過した後 ($t = 600$) の温度場と流跡線とを図 3 に示す。それぞれ、流体が存在する部分を示しており、左側が温度分布で、右側が同時刻における流跡線を表している。流れのパターンを見ると、 $h=1$ と 3 では溝内部が流体で完全には満たされずに気体部分が存在していることがわかる。このとき、溝内部の自由表面でわずかな波が生じており流れが若干非定常流れになっている。また、各図左側の温度分布に着目すると、 $h=3$ と 5 については溝内部の温度が赤色でほぼ占

められていることがわかる。さらに、各図右側の流跡線に着目すると、 $h=3$ と5の場合には溝深さが大きいので、溝内部に循環渦が発生していることが確認できる。ただし、この循環渦の流速は主流部分の速度と比べ非常に小さいものとなっている。そのため、溝部上流から流下する主流を溝内部まで十分に引き込むことが出来ず、溝内部では温度境界層が発達し、壁温と同じ赤色の温度分布が広がっていると考えられる。

4.2 熱伝達

壁面からの熱が液膜流を通過して気相まで移動する際に、溝形状がその伝熱特性に与える影響を調べる。そこで、壁面での熱伝達を表す無次元量として局所ヌセルト数 Nu を次式で定義する。

$$Nu = \frac{\alpha^* \delta_0^*}{\lambda^*}. \quad (22)$$

ここで、 α^* は熱伝達率、 λ^* は流体の熱伝導率である。また、局所熱流束 q^* は、

$$q^* = -\lambda^* \left(\frac{\partial T^*}{\partial n^*} \right)_{w,s} = \alpha^* (T_w^* - T_s^*) \quad (23)$$

と表される。溝を有する壁面に沿った熱伝達を求めるため、一般座標系として、 s を流路入口から伝熱面に沿ってとり、 n を s において壁面に垂直で壁面から流体側が正となる向きにとる。この定義によると、 $(\partial T^*/\partial n^*)_{w,s}$ は、壁面に沿った位置 s における壁面に垂直な方向の温度勾配となる。式 (23) を式 (22) に代入すると、

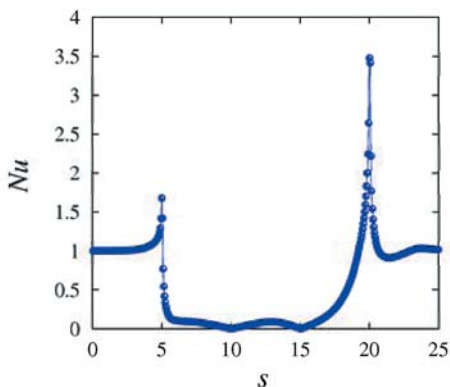
$$Nu = -\frac{\delta_0^*}{T_w^* - T_s^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial n^*} \right)_{w,s} = -\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{w,s} \quad (24)$$

となる。また、平均ヌセルト数 \overline{Nu} を次式で定義する。

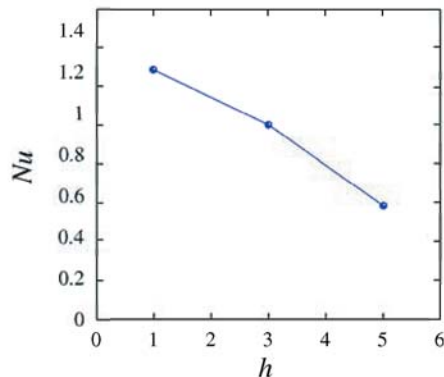
$$\overline{Nu} = \frac{1}{2h + L} \int Nu ds. \quad (25)$$

なお、鉛直平滑平板上を流れる液膜流においてはヌセルトの解析解より温度分布が $T = 1 - y$ であるため、局所ヌセルト数、平均ヌセルト数は共に $Nu = \overline{Nu} = 1$ となる。

熱伝達特性の一例として、溝深さ $h=5$ における局所ヌセルト数分布を図4(a)に示す。縦軸が局所ヌセルト数 Nu 、横軸が流路入口から伝熱面に沿った位置 s である。図より局所ヌセルト数分布は、角部 ($s = 5, 20$) で極大値をとっており、平滑平板の場合の値 ($Nu = 1$) と比較して伝熱が促進されていることがわかる。特に、溝下部の角部 ($s = 20$) で大きく熱伝達が促進されていることがわかる。一方、溝内部では局所ヌセルト数の値はほぼゼロとなり、熱伝達は平滑平板の場合よりも減少していることがわかる。これは温度場や流跡線の図で見たように、溝内部では循環渦の速度が小さく流体の移動がほとんど生じていないため温度境界層が溝内部で大きく発達したためと考えられる。



(a) 局所ヌセルト数分布 ($h = 5$)



(b) 平均ヌセルト数と溝深さとの関係

図 4: 熱伝達特性

各溝深さに対する平均ヌセルト数分布を図 4(b) に示す。 $h = 1$ と 3 の場合には、流れが若干非定常になっているため、ここで用いる平均ヌセルト数の値は、無次元時刻 $t=500$ から $t=600$ までの値を時間平均したものである。図 4(b) より、溝深さ $h=1$ では平滑平板の場合よりも熱伝達が促進されていることがわかる。しかし、溝が深くなるにつれ熱伝達の値は減少していく。これは先に述べたように、溝が深くなることにより溝内部の温度境界層が発達し、溝内部の熱伝達が抑制されたためである。

今回の計算結果の範囲では、溝深さが小さいほど温度境界層の発達が抑制されて伝熱が促進されることがわかった。最も熱伝達が促進されたのは溝内部に流体を引き込む効果が十分にあり、溝内部の温度境界層の発達が最も小さい溝深さ $h=1$ の場合である。このとき熱伝達は平滑平板と比較して 20% 程度促進される。ただし、さらに溝深さを小さくすると伝熱面形状は平滑平板に漸近することになる。その場合には、液膜流れを溝内部に偏流させるドレンネッジ効果が小さくなり熱伝達は低下すると推測される。したがって、 $h < 1$ の範囲でさらに最適なパラメータが存在することが予想されるが、今回はその詳細には深く立ち入らない。

5 まとめ

前報と本報において、気液二相流れの伝熱促進メカニズムを明らかにするために、平滑面や凹凸のついた平板を流下する液膜の流れと熱移動を解析するプログラム開発について報告を行った。今回は、流れ方向に対して垂直な横溝加工を施した平板上を流下する液膜流についての熱流動パターンと熱伝達特性について計算結果を示した。前報では、圧力に関するポアソン方程式の反復計算で、界面での境界条件を設定する

必要があり、全体の約 40%の計算時間を費やしており、並列化および高速化が課題であることを述べた。その際には、時間進行を SMAC 法により解き、圧力に関するポアソン方程式を前処理付き双共役勾配安定法を用いて解いていた。今回は、この部分に修正を加え、HSMAC 法を採用した。HSMAC 法では圧力のポアソン方程式を解く必要がなく、速度および圧力を同時に修正する方法を用いた。この方法では、配列の順序づけを偶数番目と奇数番目とに独立して分離する Red-Black SOR 法 [7] を用いることが出来た。この部分の計算は、やはり全体の約 40%から 50%の計算時間を費やしているものの、並列化の効率が非常によく、前報における課題をある程度改善することができた。ただし、配列を偶数番目と奇数番目に分割するために、ベクトル長が短くなることに注意が必要である。

一例として、1 ノード 4CPU で SMP 並列した場合について、速度と圧力の同時反復を行うサブルーチン subroutine delp を見ると、計算時間が全体の 58.2%を費やしている。各 CPU が 15.4% から 10.2% の計算を行っているので、並列度は良好である。ベクトル率は、98.40%から 98.25%と高いものの、ベクトル長はいずれも 149.5 と短くなっている。

謝辞

本研究は、東北大学情報シナジーセンターの研究開発公募課題として行われた。研究にあたっては、永きに渉り同センターの多大なご協力を頂いた。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 本間・藤巻, シミュレーションによるプレート型吸収器の研究(第 1 報: 基本層流モデルによる解析), エネルギー研究所技法第 7 号, 第 1 報 (1997), pp.95-98.
- [2] 本間・藤巻, シミュレーションによるプレート型吸収器の研究(第 2 報: 基本層流モデルによる解析), エネルギー研究所技法第 7 号, 第 1 報 (1997), pp.99-106.
- [3] 足立, 他 2 名, VOF 法による気液二相流れと熱伝達の数値シミュレーション, 東北大学情報シナジーセンター大規模計算機システム広報 SENAC, vol. 38, (2005), pp. 37-48.
- [4] 山崎, 自由表面を含む非圧縮性流体解析モジュール(特集 汎用 3 次元流体解析システム α -FLOW), 富士総研技報, 3 巻, 1 号,(1992), pp.131-146.
- [5] 米山, 自由表面をもつ多次元流れの数値水理学的研究, 京都大学博士論文, (2001), 第 2 章.

[6] 吉永, 液膜流の不安定性とカオス (トピックス 液膜流と二層流), 機械の研究, 54 巻, 1 号, (2002), pp.120-125

[7] 森, 他 2 名, 線形計算, 岩波書店, 第 2 章.

付録 (プログラムの利用方法)

本研究は, 東北大学情報シナジーセンターの研究開発公募課題として行われており, 本報の計算に用いたソースプログラムを公開する. 以下に, その使用方法について簡単に述べる. 計算では, 本文中に述べたような流路の形状を決めるパラメータや流れの場を決める無次元パラメータ等を指定する必要がある. この指定は以下に示すように, SUBROUTINE PARAM 中の 48 行目から 65 行目にかけて行う. 注意が必要なのは, 溝の形状を決める際に, 溝角部に格子点が配置されるように形状パラメータ (DL, DW1, DW2, DD, DH) を選ばないとエラーメッセージが出るようになっている. また, INI を 0 とすると流路上部から液膜が流れ落ちてくる計算を初めから行うことを意味し, INI を 1 とすると後に述べるように前回計算した分のファイルを読み込んで続きから計算を行うようになっている.

```

+48 C
+49 C -----入力パラメータ-----ここから
+50 C
+51 RE=30.D0 ! レイノルズ数
+52 BO=50.D0/RE ! ボンド数
+53 PR=2.D0 ! プラントル数
+54 DT=0.0001D0 ! 無次元時間刻み
+55 TEND=50.0D0 ! 計算終了時間
+56 DL=15.D0 ! 全体の流路長さ
+57 DW1=5.D0 ! 溝上部までの長さ (本文中の WI )
+58 DW2=10.D0 ! 溝下部までの長さ (本文中の WI+WB )
+59 DD=1.D0 ! 溝深さ (本部中の H )
+60 DH=10.D0 ! 溝深さと気相部分の厚み
+61 INI=0 ! 0:初期条件から 1:続きからの
計算
+62 TH00=60.D0 ! 接触角
+63 C
+64 C -----ここまで
+65 C

```

計算した最終結果は、以下に示す SUBROUTINE FILE 中の 124 行から 139 行でファイルに保存される。この例ではまず、SUBROUTINE HOKAN を使って、位置 (X_0, Y_0) における速度 (U_0, V_0) の値を標準出力に表示させている。 (X_0, Y_0) の値は計算領域内で任意に変えることができる。次に DO 12 ~ のループで壁面に沿った局ヌセルト数の値を壁の位置とともに 30 番のファイル (main で 'LOCALNUSS.DAT' と定義) に保存している。最後に、計算したすべての結果を DO 11 ~ のループで 10 番のファイル (main で 'SOL.DAT' と定義) に保存して終了する。ここで、前述したようにこの最終結果を用いて計算をさらに続けたい場合には、20 番のファイル (main で 'SOL-READ.DAT' と定義) に 'SOL.DAT' をコピーし (cp SOL.DAT SOLREAD.DAT), INI を 1 として計算を行うことになる。

```
+124 C
+125     X0=0.DO
+126     Y0=1.DO
+127     CALL HOKAN(XMIN,YMIN,X0,Y0,U0,V0)
+128     WRITE(*,*) 'U,V AT (X,Y)=(',X0,Y0,')',',',U0,V0
+129 C
+130     DO 12 I=1,IL
+131     WRITE(30,*) I*DX,DNL(I)
+132 12  CONTINUE
+133 C
+134     DO 11 I=0,NXP
+135     DO 11 J=0,NYP
+136     WRITE(10,*) FF(I,J),NF(I,J),U(I,J),V(I,J),P(I,J),DP(I,J),TE(I,J)
+137 11  CONTINUE
+138     WRITE(10,*) TIME0
+139 C
```