

[共同研究成果]

タービン多段静動翼列流れの大規模並列計算を 実現する数値タービンの研究

笹尾 泰洋¹⁾, 堀田 翼²⁾, 山本 悟¹⁾

1) 東北大学大学院情報科学研究科

2) 東北大学大学院情報科学研究科院生

概要 :タービン多段静動翼列を通る三次元湿り蒸気流れを数値計算することができる計算コード,「数値タービン」を構築し,蒸気タービン内部における大規模三次元流動解析を行った.数値タービンには,スーパーコンピュータからPCクラスタまでの様々な計算環境に対応できるように,MPIとOpenMPを複合的に用いた並列処理アルゴリズムを実装した.また,東北大学情報シナジーセンターの協力によりアルゴリズムに改善を施すことで,パラレル化効率およびベクトル化率が大幅に向上し計算コードの高速化が達成された.

1. はじめに

本研究は昨年度(平成17年度)実施された同センターとの共同研究「ターボ機械多段翼列を通る非定常3次元湿り蒸気流れの大規模並列計算」の継続的な研究である.これまでターボ機械多段静動翼列流れを計算するための基本コードを開発し,二次元および三次元静動翼列干渉流れの数値解析を行ってきた.本年度(平成18年度)はタービン実機の三次元多段静動翼列を通る湿り蒸気流れの計算を実施した.この計算コードを「数値タービン」と呼ぶ.数値タービンは,大規模流動解析から企業における中小規模解析までの広範囲の用途に用いられることを想定している.そこで,スーパーコンピュータのような共有メモリ型の大型並列計算機からPCクラスタのような分散メモリ型並列計算機まで柔軟に対応するために,OpenMPとMPI(Message Passing Interface)を複合的に用いた並列化手法を適用する.MPIとは分散メモリ型並列計算機におけるプロセス間のメッセージ通信操作の標準規格である.また,本研究ではスーパーコンピュータSX-7上におけるパラレル化効率およびベクトル化率の大幅な向上を行う.

ターボ機械内部ではハブとケーシングによって囲まれた空間内部において,動翼列が静翼列に対し回転運動を繰り返している.加えて,翼には流れを大きく偏向させる反り,いわゆるカンバーが大きく取られており,極めて三次元性の強い流れ場が形成されている.ガスタービンにおいては,これまで多くの実験的・解析的研究が行われており,形状損失や二次流れ損失の低減等による性能向上が実現されている.一方,蒸気タービンでは作動流体である水蒸気が凝縮し,気液二相流れが形成される.液滴は時間・空間スケールに依存するため,流れの相似則が成り立たず,凝縮量の定量的な予測には実機規模の実験装置が必要となってしまう.蒸気タービンにおける全損失の約40%は湿り損失が占めており,そのメカニズムは未だよく解明されていない.

2005年より京都議定書が正式に発効し,日本には2008年・2012年の間に約2700

万トン相当の温室効果ガス削減が義務付けられたが、仮に蒸気タービンの性能を5%向上させることができれば目標値の約30%を削減できるという試算がある。したがって、環境親和・エネルギーミニマムの観点からも、環境エネルギー分野における本研究の意義は大きい。

湿り蒸気流れは、Young[1]により、また湿り空気流れは Schnerr ら[3][4][5]により数値計算された。我々のグループでは、気液二相流を伝播する音速を均質流の仮定と熱力学的関係から新たに定式化し、蒸気タービン内部流れの初期的な計算を行っている [6][7]。また、山本らは風洞環境を仮定した ONERA M6 翼周りの三次元遷音速流れ [8] や大気環境を仮定したデルタ翼周りの凝縮流れ [9] を計算した。さらに、Goodheart ら [10] は山本らの研究を拡張している。ガスタービンを対象とした研究は、すでに翼先端隙間を考慮した三次元解析 [11][12][13] や静動翼列の非定常流れの解析 [14] など、実用的な流れ場の計算も行われているが、蒸気タービンが対象となる湿り蒸気流れの三次元解析コードは未だ開発途上にある。

本研究では、次世代型蒸気タービンの飛躍的性能向上を目指し、蒸気タービン三次元多段静動翼列を通る湿り蒸気流れを、スーパーコンピュータ SX-7 上で並列に数値計算する計算コードを構築し、蒸気タービン実機内部の複雑流れを数値的に再現する。

2. 解法手法について

2.1. 基礎方程式

Walters[14]らは出力 500MW の蒸気タービン最終段における液滴の平均半径を $0.1\mu\text{m}$ 以下であると報告している。また、Snoeck[15]は液滴の半径が $1\mu\text{m}$ 以下である場合には速度スリップは無視できると報告しており、Comfort[16]らは衝撃波等の急激な速度勾配のある流れ場においても、液滴の半径が $2\mu\text{m}$ 以下の場合には速度スリップの影響は無視できることを報告している。以上より、本研究では液滴の質量分率が十分に小さく二相間での運動量緩和は無視できる均質流を仮定し、熱力学的には蒸気と液滴が局所的平衡状態にあると仮定する。本計算では、これらの仮定から導出された基礎方程式として、密度保存則、運動量保存則、エネルギー保存則、蒸気の質量保存則、液滴の質量保存則、液滴の数密度保存則が解かれる。また、乱流モデルとして、乱流運動エネルギーおよびその比散逸率の保存式も同時に解かれる。これらの式は次のように定義される。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial \xi_i} = \frac{1}{Re} S + H \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

$$Q = J \begin{bmatrix} \rho_v \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ e \\ \rho\beta \\ \rho n \\ \rho k \\ \rho\omega \end{bmatrix}, \quad F_i = J \begin{bmatrix} \rho v U_i \\ \rho u_1 U_i + \partial \xi_i / \partial x_1 p \\ \rho u_2 U_i + \partial \xi_i / \partial x_2 p \\ \rho u_3 U_i + \partial \xi_i / \partial x_3 p \\ (e + p) U_i \\ \rho\beta U_i \\ \rho n U_i \\ \rho k U_i \\ \rho\omega U \end{bmatrix}, \quad S = J \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{3j} \\ \tau_{kj} u_k + (\kappa + \kappa^t) \partial T / \partial x_j \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{kj} \\ \sigma_{\omega j} \end{bmatrix}, \quad H = J \begin{bmatrix} -\Gamma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Gamma \\ \rho I \\ S_k \\ S_\omega \end{bmatrix}$$

2.2. 状態方程式および音速の式

液滴を含んだ湿り蒸気流れは均質であり、液相の質量分率は十分小さい ($\beta < 0.1$) と仮定できる。本研究では、これらの仮定に基づき石坂ら[7]により定式化された湿り蒸気の状態方程式および音速の式を用いる。すなわち、

$$p = \rho RT(1 - \beta) \quad (2)$$

$$c^2 = \frac{C_{pm}}{C_{pm} - (1 - \beta)R} \frac{p}{\rho} \quad (3)$$

ここで C_{pm} は水と蒸気の定圧比熱の値から、液滴の質量分率による線形結合により求められる均質流の定圧比熱である。

2.3. 凝縮モデル

凝縮による液滴の質量生成率 Γ は、古典凝縮論に基づき凝縮核生成と液滴の成長による質量増加の和で表される。本研究ではさらに、液滴の成長を液滴の数密度を関数にして近似した次式を用いる[7]。

$$\Gamma = \frac{4}{3} \pi \rho_l I r_*^3 + 4 \pi \rho_l n r^2 \frac{dr}{dt} \quad (4)$$

I は凝縮核生成率であり、Frenkel[16]により定式化された均一核生成モデルを用いる。蒸気中における液滴の表面張力は Young[17]らのモデルを用いる。また、液滴の成長率 dr/dt は蒸気凝縮に最適化された Gyarmathy[18]モデルを用いる。

2.4. 数値解法

時間積分に LU-SGS 法[19]、空間差分には Roe の流束差分法[20]ならびに 4 次精度コンパクト MUSCL TVD スキーム[21]を用いた。粘性項には 2 次精度中心差分を用いた。乱流モデルには SST モデル[15]を用いた。

3. 計算結果

3.1. MPI および OpenMP による複合的な並列計算アルゴリズムの実装

蒸気タービン多段翼列の三次元流動解析には膨大な計算格子数が必要であり、メモリ容量や計算速度などの点からスーパーコンピュータによる計算が必須である。しかしながら、一般企業においては PC クラスタなどの比較的小規模な計算機が数値解析に用いられており、計算コードには分散メモリ型並列計算機での実行を前提とした並列計算アルゴリズムの実装が求められている。そこで、これまでスーパーコンピュータの利用が前提とされていた計算コードを、MPI および OpenMP による並列計算アルゴリズムを導入することで、メモリ分散型並列計算機に適用可能なものに改良すると同時に処理速度の向上および計算負荷の低減を図った。

本並列プログラミングモデルは SPMD(Single Program Multiple Data)である。図 1 はケーススタディに用いた計算格子、サブルーチン毎の計算時間の割合および計算コードのフローチャートである。計算格子は 1 流路あたり格子点数 $48 \times 48 \times 48$ からなる三次元格子 4 ブロックから構成されている。本解析では 1 流路に対し 1CPU ないし 2CPU を割り当てるものとし、格子座標、未知変数、各流束および物理量に関する配列は各ノードが担当する流路分だけ確保するものとした。一方、計算条件等のグローバル変数や配列については各々のプロセスが同様の流路に当たるデータを所有している。各流路の入口・出口境界に当たる格子点数($2 \times 48 \times 48$)の領域で、式(1)の 9 つの未知変数に加え、温度、圧力などが送受信される。データは倍精度実数型であるため全体で約 396Kbytes のデータが各ノード間で送受信されることになる。なお、データ通信に用いられた時間は 4node-4CPU を用いて計算した場合で、全体の 1.12% 程度であった。メインループが 1 周する毎に各数値解法を用いて n ステップでの未知変数が算出され、次に各プロセス間でデータ通信が行われ境界条件が更新された後、 $n+1$ ステップの計算を行うための未知変数の更新が行われる。各プロセス間の同期は境界条件サブルーチンが呼び出される直前に行うことにした。各サブルーチンの CPU 時間の計測には MPI_WTIME 関数を用いた。本計算では Beowulf 方式によって並列化された 4node-8CPU からなる PC クラスタを使用した。MPI_WTICK 関数を用いて MPI_WTIME 関数の精度を調べたところ、本 PC クラスタの環境下では 3.9063×10^{-3} [sec]であった。

先ず、本 PC クラスタのスケラビリティを調査した。図 2 に 1node-1CPU が扱う計算領域を格子点数 $48 \times 48 \times 48$ で 1 ブロックとし、これを 1 ブロックから 4 ブロックまで変化させた場合の、1 time-step あたりの計算時間の推移を示す。時間積分、数値モデル、境界および後処理に関するサブルーチンはブロック数に応じて計算時間が線形に推移していることがわかる。次に、全処理時間の 39.4% を占める時間積分のサブルーチンを OpenMP によって実装されたパイプライン法によって並列化し、1node-1CPU(逐次処理)、4node-4CPU(MPI)、4node-8CPU(MPI および OpenMP)を用いて計算を行った場合の計算時間およびメモリ使用量の変化を図 3 に示す。4node-4CPU の場合では計算時間は 21.1%まで短縮された。一方、LU-SGS 法を OpenMP でさらに並列化した場合には、配列を追加によって 1node 当たりのメモリ使用量は増加してしまったものの、計算時間は最大で 16.7%にまで短縮された。

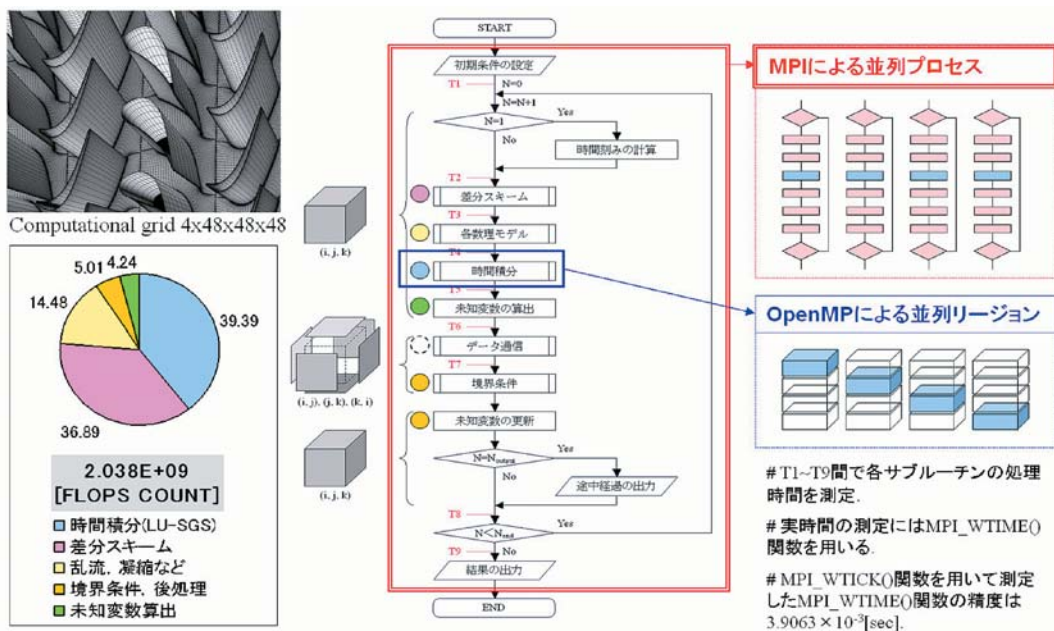


図1 本計算コードのフローチャートおよび計算格子とサブルーチン毎の計算付加の割合

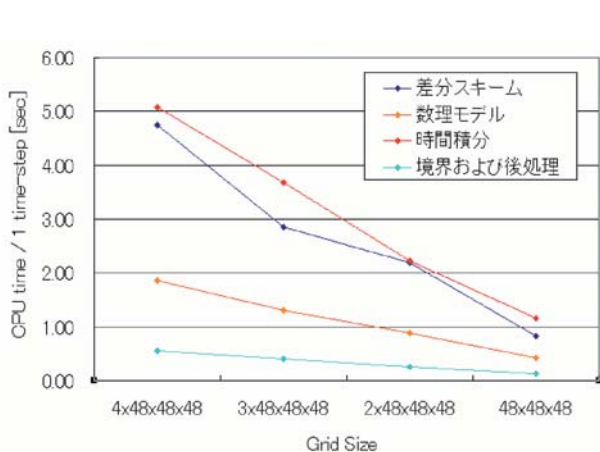


図2 計算領域による計算時間の推移

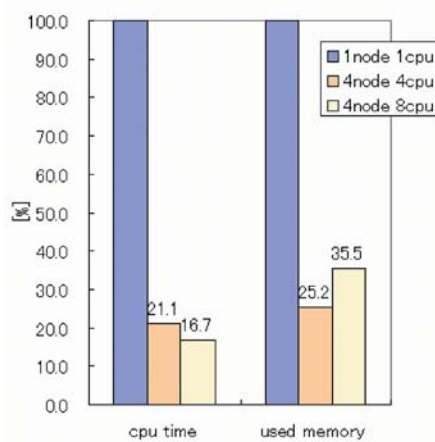


図3 計算時間およびメモリ使用量

3.2. 計算コードの高速化について

差分法は他の数値解法と比較して比較的容易にベクトル化率を向上させることができるという長所を持つが、本計算コードのこれまでのベクトル化率は高々94%程度であり、十分にSX-7の性能を引き出しているとは言えない状況であった。そこで、本研究では東北大学情報シナジーセンターの協力を得ながら、ベクトル化率99%を一応の数値目標として計算アルゴリズムおよびデータ構造の見直しを行った。計算コードの主な改善箇所はIF文、MIN文、MAX文などの条件分岐に関わる定数のパラメタ化およびテーブル化、入出力関数の排除、変数間の依存関係に基づくループの結合および分割などである。また、バンクコンフリクトが極力発生しないようループや配列の構造を改善した。

表 1 に計算コード改善前と改善後の FLOPS 数, ベクトル長, ベクトル化率, 並列化率を挙げる. 並列化率が 75.87%から 91.89%に向上し, ベクトル化率に関しても 98.74%まで改善されたことで, 格子点数 $6 \times 48 \times 48 \times 48$ の場合で比較すると FLOPS 数で 8 倍程度まで向上していることがわかる. しかしながら, 本計算コードのベクトル長は SX-7 の最大ベクトル長 256 に対して, 63 前後であり, 格子点数 $6 \times 96 \times 96 \times 96$ のケースとの比較から, ベクトル化の効果を十分に引き出していないことがわかる. これは, ベクトル化の対象となる内側のループ長(この場合 I のサイズ)が十分でないことが原因であり, L と I のループを結合することでベクトル長を大きく取るか, I 方向により高精細な計算格子を用いることで改善することが可能である. しかしながら, 本計算コードにおいては PC クラスタ上で MPI による並列計算を行う際, ループ L の値に基づき RANK を決定するなどの制約があるため, 現状では L と I のループの結合は行わないことにした.

図 4 は User Time と FLOPS 数の推移を CPU 数毎に調査した結果である. env1 から env4 では環境変数により DP8 における使用 CPU 数を 1 台から 4 台に制限した. この図からも計算コード改善後は大幅な高速化が達成されていることが確認できる一方で DP32 においては殆ど処理速度の向上が見られないことが判る. これは自動並列化の対象となる J, K のループ長が 48 であり, 32 台の CPU では効率的な領域分割が行えないことが原因である.

表 1 高速化の達成状況 (SX-7 DP8 を利用した場合)

格子点数(L, I, J, K)	改善前 $6 \times 48 \times 48 \times 48$	改善後 $6 \times 48 \times 48 \times 48$	改善後 $6 \times 96 \times 96 \times 96$
MFLOPS	594.01	4647.71	12718.77
ベクトル長	61.91	63.77	106.48
ベクトル化率(%)	94.20	98.74	99.24
並列化率(%)	75.87	91.89	90.08

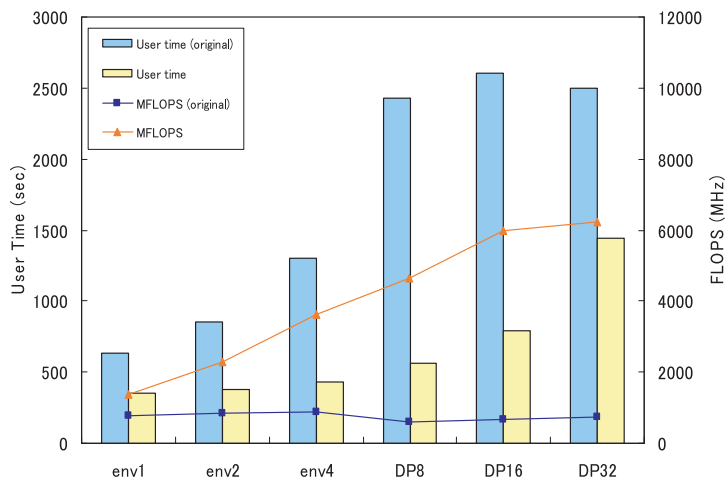


図 4 CPU 数に(格子点数 $6 \times 48 \times 48 \times 48$)

3.3. 蒸気タービン多段静動翼列を通る非定常流れの三次元解析

ケーススタディとして、蒸気タービン中圧段近傍の静動翼列2段分を対象として、湿り蒸気流れの三次元流動解析を行った。図5は解析に用いた計算格子である。この計算格子は6ブロックからなる複合格子であり、1ブロック当たり $96 \times 96 \times 96$ の格子点数を持つ。図は流路ミッドスパン断面での流路形状を示したものである。計算条件は岐点圧力を 1.71×10^5 [Pa]、岐点温度を389[K]、出口静圧を 0.71×10^5 [Pa]であり、本条件下では作動流体である水蒸気が非平衡凝縮を伴う静動翼列干渉流れを形成していると考えられる。

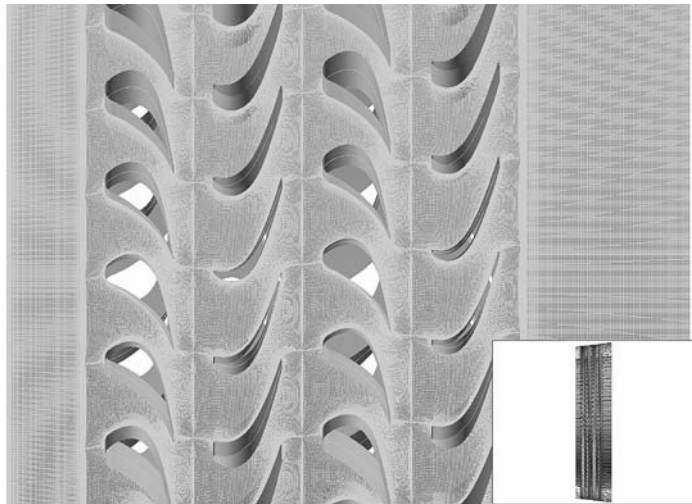


図5 計算格子($6 \times 96 \times 96 \times 96$)

図6に計算により得られた液滴の瞬間質量分率分布を示す。動翼は静翼1ピッチ間を5000time-stepで通過する。入口湿り度0.00%であり、図より、2段目静翼のど部下流側より凝縮が開始し、2段目動翼のど部付近で液滴が急激に成長しながら下流へと運ばれてゆく様子が捕らえられている。本計算結果の妥当性については、まだよく検討されてはいないが、三次元多段静動翼列における湿り蒸気の初生が捕獲できたという点で、世界的にも画期的な成果である。今後は、蒸気タービン全段・全周周りの大規模流動解析へと研究を移行して、湿り損失の低減による実機性能改善に繋がる最適な翼形状および翼配置を本計算により見出すことが最終目標である。

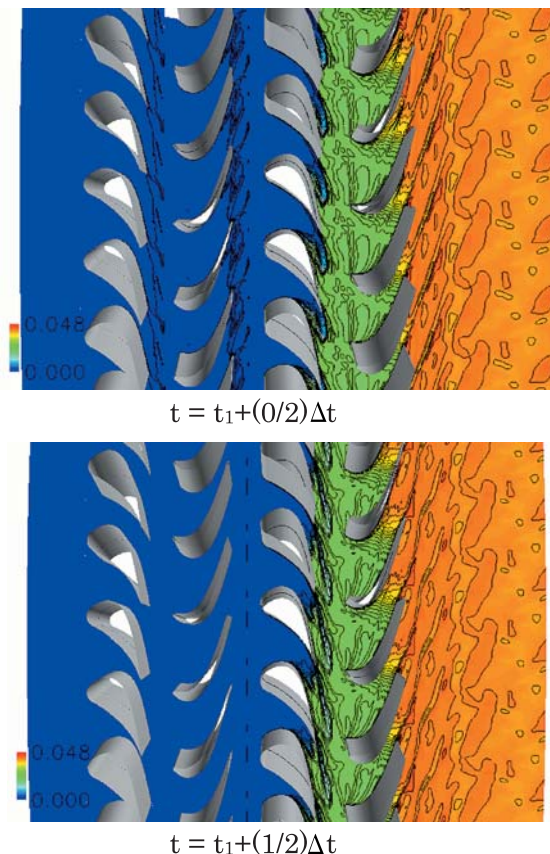


図6 液滴の瞬間質量分率分布

4. おわりに

CFD(数値流体力学)に基づく計算コードは、既に多くの産業分野で必要不可欠な設計ツールとして用いられるようになってきている。最近ではクラスタリング技術を活用することで、従来はスーパーコンピュータが必要とされた大規模計算も比較的小規模な設備で実現できるようになりつつある。このような計算環境の変化の中で、我々は現在、MPIやOpenMPなどのAPIを本計算コードに導入し、あらゆる計算環境に柔軟に対応できる並列アルゴリズムの導入を行っている。また、記憶装置の大容量化に伴い、ますます高密度化する計算格子や計算データへの対応も課題の1つである。本計算コードは、ガスタービン・蒸気タービンが丸ごと超並列計算できる、「数値タービン」として、今後、情報科学分野のみならず、関連研究分野の最新の技術を活用して、実用的な解析システムツールに仕上げていく予定である。

謝辞

本研究で開発した計算コードの高速化を行うにあたり、東北大学情報シナジー機構情報シナジーセンターの多大なるご協力を得ました。この場を借りて厚く御礼申し上げます。

参考文献

- [1] Young, J. B., Two-Dimensional, Nonequilibrium, Wet-Steam Calculations for Nozzles and Turbine Cascades, *Trans. ASME, J. Turbomachinery*, 114, (1992), 569-579.
- [2] Denton, J. D., An Improved Time-Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation, *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power*, 105, (1983), 514-524.
- [3] Schnerr, G. H. and Dohrmann, U., Transonic Flow Around Airfoils with Relaxation and Energy Supply by Homogeneous Condensation, *AIAA Journal*, 28-7 (1990), 1187-1193.
- [4] Schnerr, G. H., and Dohrmann, U., Drag and Lift in Nonadiabatic Transonic Flow, *AIAA Journal*, 32, (1994), 101-107.
- [5] Adam, S. and Schnerr, G. H., Instabilities and Bifurcation of Non-equilibrium Two-phase Flows, *J. Fluid Mech.*, 348, (1997), 1-28.
- [6] 石坂 浩一, 非線形圧縮性流れ問題への高解像度差分スキームの適用に関する研究 東北大学大学院工学研究科機械工学専攻博士論文, (1995).
- [7] Ishizaka, K., Ikohagi, T. and Daiguji, H., A High-Resolution Numerical Method for Transonic Non-Equilibrium Condensation Flow through a Steam Turbine Cascade, *Proc. of the 6th ISCFD*, 1, (1995), 479-484.
- [8] Yamamoto, S., Hagari, H. and Murayama, M., Numerical Simulation of Condensation around the 3-D Wing, *Trans. the Japan Society of Aeronautical and Space Science*, 42-138 (2000), 182-189.
- [9] Yamamoto, S., Onset of Condensation in Vortical Flow over Sharp-edged Delta Wing, *AIAA Journal*, 41-9 (2003), 1832-1835.
- [10] Goodheart, K. A. and Schnerr, G. H., Condensation on ONERA M6 and F-16 Wings in Atmospheric Flight: Numerical Modeling, *Journal of Aircraft*, 42-2 (2005), 402-412.
- [11] Pouagare, M. and Dalancy, R. A., Study of Three-Dimensional Viscous Flows in an Axial Compressor Cascade Including Tip Leakage Effects Using a SIMPLE-Based Algorithm, ASME Paper, 86-GT-84, (1986).
- [12] Dawes, W. N., Numerical Analysis of Three-Dimensional Viscous Flow in a Transonic Compressor Rotor and Comparison With Experiment, *Trans. ASME. J. Turbomachinery*, 109, (1987), 83-90.
- [13] 山本 悟, 大宮司 久明, 池田 修司, 3次元遷音速羽根車流れのナビエ・ストークス解析と可視化, 日本機械学会論文集 B 編, 56-523 (1990), 765-772.
- [14] Walters, P. T., Wetness and Efficiency Measurements in L-P Turbines With an Optical Probe as an Aid to Improving Performance, ASME Paper, 85-JPGC/GT-9, (1985).
- [15] Snoeck, J., Calculation of Mixed Flows with Condensation in One Dimensional Nozzle, *Aero-Thermodynamics of Steam Turbines*,

- ASME*, (1981), 11-18.
- [16] Comfort, W. and Crowe, C., Dependence of Shock Characteristics on Droplet Size in Supersonic Two-Phase Mixture, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 102-1 (1980), 54-58.
- [17] Young, J. B., An Equation of State for Steam for Turbomachinery and Other Flow Calculations, *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power*, 110, (1998), 1-7.
- [18] Gyarmathy G. , Zur Wachstumsgeschwindigkeit kleiner Flüssigkeitstropfen in einer übersättigten Atmosphäre, *Z. Angew Math. Phys.*, 14-3 (1963), 280-293.
- [19] Yoon, S. and Jameson, A., Lower-upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations, *AIAA Journal*, 26, (1988), 1025-1026.
- [20] Roe, P.L., Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes, *J. Comp. Phys.*, 43, (1981), 357-372.
- [21] Yamamoto, S. and Daiguji H., Higher-Order-Accurate Upwind Schemes for Solving the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations, *Computers and Fluids*, 22-2/3 (1993), 259-270.