

[共同研究成果]

超音波の吸収媒質中の伝搬と温度上昇の計算

山谷千秋¹，井上浩¹

¹秋田大学工学資源学部電気電子工学科

近年，超音波は診断装置のみならず，生体内での超音波効果を利用する温熱療法にも実用化されてきている．軟組織での超音波吸収に起因する温度上昇の解析は，生体組織での超音波の効果の解明と媒質定数の推定に関して重要な解析対象である．超音波伝搬解析のため音響基礎方程式を基にする吸収減衰を考慮した方程式とWestervelt方程式をそれぞれ用いた有限差分時間領域 (Finite-Difference Time-Domain : FDTD) 法による3次元シミュレーションを行い，両方程式間の整合性を確かめた．さらに，超音波の吸収媒質としてグリセリンを用いた温度測定とシミュレーション結果の比較を行う．

1. はじめに

媒質中を超音波が伝搬する際，超音波の減衰と超音波エネルギーの吸収が生じる．吸収により失われた超音波エネルギーは熱エネルギーに変化し，媒質を加熱することになる．加熱凝固療法や超音波ハイパーサーミアのような治療技術は，この超音波による加熱作用を用いる^[1-5]．治療時に超音波の照射時間と強度が不十分であったとき，患部が的確に治療されない恐れがある．それに対して，適切な値を超えたとき患部以外の正常な周辺組織にダメージを与える可能性がある．一方，超音波が診断目的で使用されるとき，生体媒質中での超音波の影響が懸念されている．生体の超音波効果が得られるか得られないかの境界が存在し，得られる側で超音波治療が，得られない側で超音波診断が行われる．超音波診断装置の安全性と超音波治療の確実性を保証するため，生体中で超音波の効果が非常に重要になる境界線を明らかにする必要がある^[6-8]．

超音波の熱的作用は，治療技術の他に媒質定数の測定に応用される．吸収された超音波は熱に変化し，その発熱量は超音波吸収係数に依存する．そのため，超音波吸収に起因する温度変化は媒質特有である^[9-12]．それゆえ，媒質の特性と定数の推定は温度変化の解析により可能となる．したがって，媒質中の超音波吸収に起因する温度上昇の解析は生体組織中の超音波の効果の解明と媒質定数の推定において重要な解析対象である．

本研究で用いられる有限差分時間領域 (FDTD) 法は時間と空間領域に関する微分方程式を解く数値解析法である^[13]．FDTD法は差分法の一つであり，陽解法に分類される．FDTD法により任意の時間・空間における空間分布と時間波形が得られる．複雑なモデルにおける超音波と熱の空間分布は比較的容易に計算することができる．超音波吸収に起因する温度上昇の現象を解析するため，超音波伝搬と熱伝導つまり音場

と温度場を連結したシミュレーションが求められる^[14]. **FDTD** 法において解析空間を構成するセルのサイズは伝搬する超音波の波長の 1/20 程度にする必要があり, 波長に対して解析空間が広い場合, 多くの計算メモリを必要とし, 3 次元シミュレーションとなると大規模な計算機資源がなくてはならない. また, 解析空間が広い場合, 一つのループ長が長くなり, このとき並列化・ベクトル化による高速な演算が要求され, スーパーコンピュータの利用が必須となる.

本研究の目的は, 媒質定数の推定に応用できる数値シミュレーション法の開発である. 本報告では, はじめに超音波伝搬を表現する従来の音響基礎方程式と **Westervelt** 方程式を用いて得られた **FDTD** 結果と二つの方程式の整合性の確認が行われる. 次に, 上述の目的の基礎検討として, 吸収媒質中の温度分布を測定し, **FDTD** 結果との比較を行う.

2. 解析モデルと方程式

音響基礎方程式 [式 (1) 及び (2)] と **Westervelt** 方程式 [式 (3)]^[1-3] を下記に示す.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (1)$$

$$-\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla p + \eta \mathbf{v} \quad (2)$$

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\delta}{c^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} + \frac{\beta}{\rho c^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

音響基礎方程式から **Westervelt** 方程式は導き出せないことを確認している. 音響基礎方程式において, p : 音圧, $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$: 粒子速度, K : 体積弾性率, ρ : 密度, η : 粒子速度に比例すると仮定した減衰パラメータ^[10,11],

$$\eta = \frac{2k\alpha\rho c}{\sqrt{k^2 - \alpha^2}}, \quad (4)$$

である. ここで, k : 波数, α : 吸収係数, c : 音速である. **Westervelt** 方程式において δ : 音響拡散係数,

$$\delta = \frac{2c^3\alpha}{\omega^2} \quad (5)$$

であり, ここで, ω : 角周波数である. $\beta = 1 + B/2A$ は媒質の非線形パラメータである B/A を有する非線形係数である^[15]. 式 (3) において, 第一項と第二項は線形無損失伝搬を表し, 第三項と第四項はそれぞれ損失と非線形項である. 本シミュレーションでは, 使用する超音波の最大音圧が百数十 **kPa** であり線形領域と考えられることと, 比較する音響基礎方程式に非線形項が含まれていないことから **Westervelt** 方程式の非線形項を無視する. 吸収減衰はそれぞれ式 (4) と (5) によって考慮される.

熱伝導方程式 [Heat Conduction Equation : HCE, 式 (6)] と超音波伝搬と熱伝導の連結式 [式 (7)] を下記に示す.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \frac{H}{\rho C} \quad (6)$$

$$H = 2\alpha I \quad (7)$$

式 (6) において, T : 温度, H : 内部発熱, C : 比熱, κ : 熱拡散率,

$$\kappa = \frac{\lambda}{\rho C}, \quad (8)$$

である. ここで, λ : 熱伝導率である. 式 (7) において I は超音波強度であり,

$$I_x = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) v_x(t) dt = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} \frac{p^2(t)}{\rho c} dt \quad (9)$$

と定義されている[4]. ここで, I_x は単位時間における超音波の伝搬方向 x に垂直な単位面積における強度, T_p は測定時間に対応し, 超音波の 1 サイクルの整数倍または 1 サイクルより十分に長い時間とする. 任意の時間で平均された超音波強度は式 (7) に代入し, 内部発熱は計算される. FDTD 法を用いた計算により, 離散化した空間内の各位置における音圧と粒子速度が得られるので, 超音波強度は容易に計算できる.

本シミュレーションでは, はじめに音響 FDTD により音場を解析し, 次いで超音波強度を計算する. 最後に, 超音波強度から内部発熱を求め, FDTD-HCE により熱伝導解析を行う.

3. Westervelt 方程式の FDTD 定式化

Westervelt 方程式に関する FDTD 定式化の過程を示す. 本シミュレーションでは非線形性を考慮しないため, 非線形項である第四項の定式化は省略する. 定式化は Yee のアルゴリズムに従う[1, 13].

タイムステップ Δt 及び x, y, z 方向のセルサイズがそれぞれ $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ であるとき, 下記のような偏微分の差分近似による誤差を 2 次精度に設定できる. そのオーダーは $(\Delta x)^2, (\Delta y)^2, (\Delta z)^2, (\Delta t)^2$ である.

Westervelt 方程式の第 1 項について空間に関する 2 階微分は,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \{p^n(i+1, j, k) - 2p^n(i, j, k) + p^n(i-1, j, k)\} \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{(\Delta y)^2} \{p^n(i, j+1, k) - 2p^n(i, j, k) + p^n(i, j-1, k)\} \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{(\Delta z)^2} \{p^n(i, j, k+1) - 2p^n(i, j, k) + p^n(i, j, k-1)\} \quad (12)$$

である[1]. ここで, n は計算回数, 添字 (i, j, k) は格子点の座標を表す. 第2, 第3項について時間に関する2, 3階微分はそれぞれ,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{(\Delta t)^2} \{p^{n+1}(i, j, k) - 2p^n(i, j, k) + p^{n-1}(i, j, k)\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = \frac{1}{2(\Delta t)^3} \{ & 6p^n(i, j, k) - 23p^{n-1}(i, j, k) + 34p^{n-2}(i, j, k) \\ & - 24p^{n-3}(i, j, k) + 8p^{n-4}(i, j, k) - p^{n-5}(i, j, k) \} \end{aligned} \quad (14)$$

と書くことができる[1]. 式(10), (11), (12), (13)及び(14)を式(3)に代入し, 整理すると,

$$\begin{aligned} p^{n+1}(i, j, k) = & \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \{p^n(i+1, j, k) - 2p^n(i, j, k) + p^n(i-1, j, k)\} \\ & + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta y} \right)^2 \{p^n(i, j+1, k) - 2p^n(i, j, k) + p^n(i, j-1, k)\} \\ & + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta z} \right)^2 \{p^n(i, j, k+1) - 2p^n(i, j, k) + p^n(i, j, k-1)\} \\ & + \left(2 + \frac{3\delta}{c^2\Delta t} \right) p^n(i, j, k) - \left(1 + \frac{23\delta}{2c^2\Delta t} \right) p^{n-1}(i, j, k) \\ & + \frac{\delta}{2c^2\Delta t} \{34p^{n-2}(i, j, k) - 24p^{n-3}(i, j, k) + 8p^{n-4}(i, j, k) - p^{n-5}(i, j, k)\} \end{aligned} \quad (15)$$

が得られる. 式(15)は, Westervelt方程式において非線形性を考慮しない場合の定式化である. ここで注目すべきは, 5ステップ前までの音圧を必要とすることであり, 1~5ステップ前の音圧の値を格納しておく必要がある. この点から, Westervelt方程式の計算のためのメモリ量は音響基礎方程式を計算する場合よりも多くなることが考えられる.

4. 超音波音場の解析

水中の解析空間と媒質定数をそれぞれ Fig. 1 及び Table 1 に示す. Fig. 1 中の括弧は座標を示す. 音源から連続波に関する近距離音場限界距離^[4] $X_0 = a^2/\lambda_{wl} = 54 \text{ mm}$ (ここで, λ_{wl} : 波長, a : 音源半径)に吸収媒質を設置している. 吸収媒質のサイズは $60 \times 60 \times 60 \text{ mm}^3$ である. 音源半径は 9 mm とし, 解析空間 y - z 平面の中央に置き, 1 MHz , 100 kPa の連続正弦波で励振される. 音響基礎方程式及び Westervelt方程式の両方において立方体セルの辺は $70 \text{ }\mu\text{m}$ としている. 音響基礎方程式と Westervelt方程式の吸収境界条件はそれぞれ1次, 2次の Mur の吸収境界条件を設定する. この条件により, Westervelt方程式の吸収境界条件に関して顕著な反射を抑えることができる.

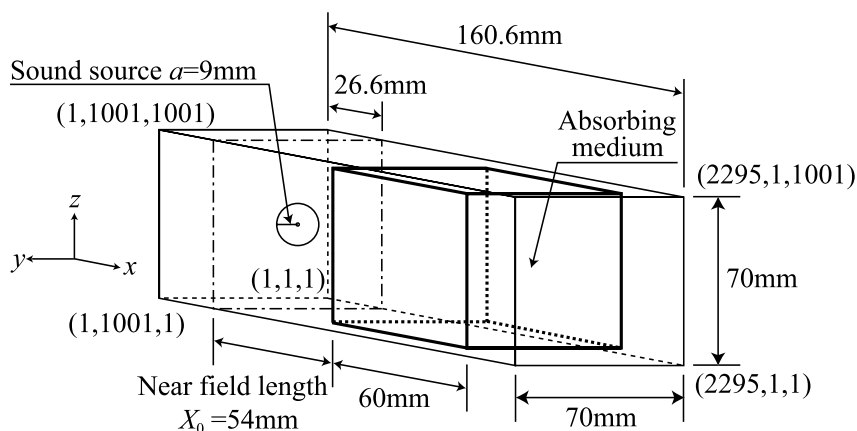


Fig. 1. Analytic region for FDTD simulation.

Table 1. Medium constants.

	Water	Absorbing medium
Volume elasticity K [$\times 10^9 \text{ N/m}^2$]	2.22	2.23
Density ρ [kg/m^3]	1000	960.0
Absorption coefficient α [dB/m] (1MHz)	0.0253	6.5

Fig. 2に定常状態での音源の中心軸上の距離方向における音圧の最大値で超音波音場分布を示す。縦軸は近距離音場限界距離での音圧で正規化して示した。Westervelt方程式を用いたFDTD解析結果は音響基礎方程式によって得られた結果と良く一致している。Westervelt方程式の結果において吸収媒質の表面近くで振動が見られた。これは、水と吸収媒質の境界面で生じた解析上の問題が残ったためと考えられる。音響基礎方程式とWestervelt方程式は異なる方程式であるが、Fig. 2は超音波音場に関しては同じ解析結果が得られることを示している。吸収媒質中での減衰は吸収媒質を置いていないときの拡散減衰と吸収媒質による吸収減衰であることを確認している。

音響基礎方程式では4要素(音圧(スカラー:1要素)と粒子速度(ベクトル:3要素))が必要であるが、Westervelt方程式では1要素(音圧)のみで計算できる。しかしながら、Westervelt方程式の定式化から1~5ステップ前の音圧を格納しておく必要がある。音響基礎方程式とWestervelt方程式による超音波伝搬での計算メモリはそれぞれ46.1GBと62.8GBであった。Westervelt方程式の計算は1.4倍近くの計算メモリを必要とすることが明らかとなった。

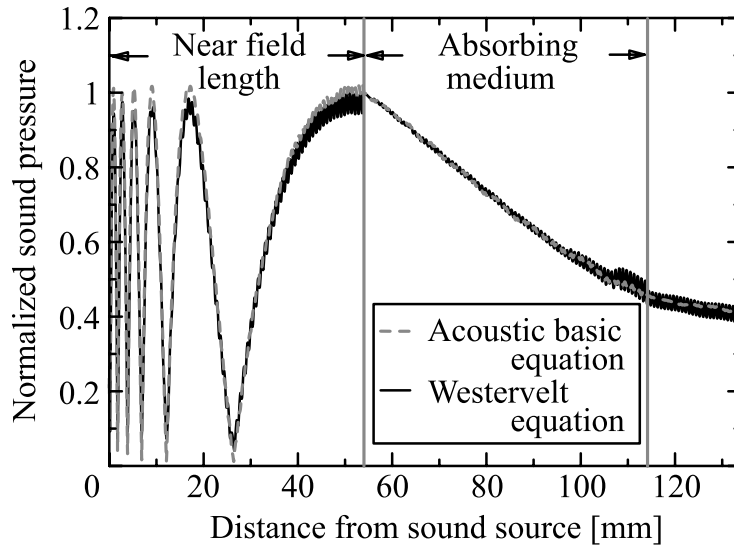


Fig. 2. Acoustic field distribution.

5. 実験方法

測定系を Fig. 3 に示す. 水槽内の脱気水は恒温装置によって 25 °C に保たれている. 半径 9mm, 共振周波数 1.035 MHz の PZT トランスデューサを用いた. function generator (Tektronix AFG 2020) の出力波形は oscillator (HP 33120A) によって変調されている. 信号波は 40 mHz, duty 比 20% の方形波である. すなわち, 1.035 MHz の正弦波が 5 s 間照射された後, 20 s 間出力されない. トランスデューサは, 電力増幅器により 1 W に増幅された信号で駆動される. 音源中心軸上, 近距離音場限界距離の点での最大音圧は 150 kPa である.

比較的大きい吸収係数を持ち, 固体と異なり, 温度分布を計測可能なことから液体であるグリセリンを吸収媒質として用いた. Fig. 3 の水槽内の 60×60×150 mm³ のポリエチレン (PE) 製の容器内はグリセリンで満たされている. PE と水の音響インピーダンスは近い値であるので, 容器からの超音波の反射は小さいと考えられる. また, PE の比熱は水よりも小さいので, 保温効果は無いと考えられる. 同媒質内に熱電対の参照点と測定点を置くためと, 水面からの超音波の反射を防ぐため, 容器の高さ方向を長くし, 超音波は容器の下方の部分に照射される. 超音波が照射されるトランスデューサに面した PE 容器の下方の部分には 60×60 mm² の穴が開けられており, その穴は厚さ約 10 μm のポリ塩化ビニリデンフィルムによって塞がれている. 容器の表面がトランスデューサから近距離音場限界距離の位置になるように固定される.

ガラスキャピラリーによって覆われた E 型 (+: Chromel, -: Constantan) の熱電対を温度測定に使用した. 温度測定部である先端の直径 φ は約 60 μm である^[16]. 熱電対は 6 軸制御装置により走査される. 熱電対の起電力は直流増幅器により増幅された

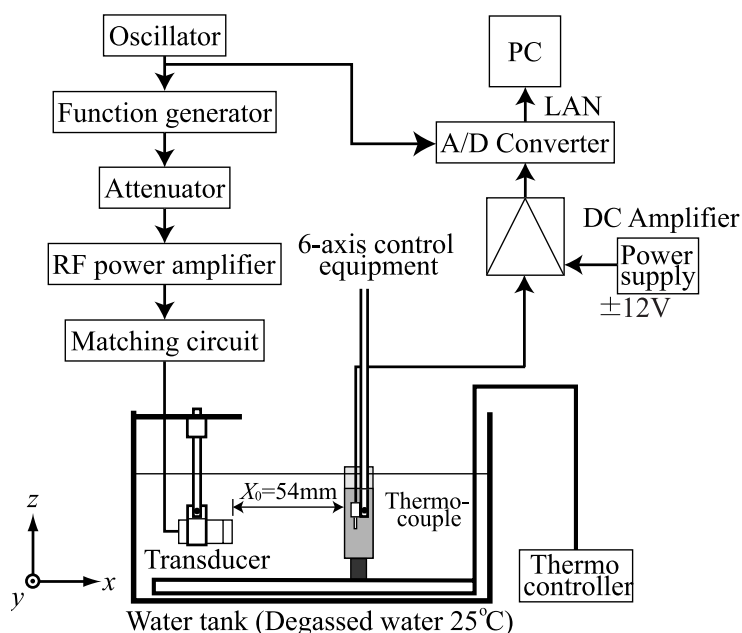


Fig. 3. Measurement system.

後、A/D変換器(YOKOGAWA WE7000, サンプル間隔: 1 ms, 分解能: 16 bits (符号含))によりデジタルデータに変換されLANケーブルを介してPCに取り込まれる。

6. 熱解析の結果と検討

音響基礎方程式を用いた音響FDTDにより超音波伝搬を解析し、FDTD-HCEにより熱解析を行う。熱解析の解析空間はFig. 1と同様である。解析条件と熱解析に用いた媒質定数をTable 2及び3 [5, 17, 18]にそれぞれ示す。

音源中心軸上で吸収媒質の表面から2mm内側の温度上昇の時間応答の実験とFDTDシミュレーション結果例をFig. 4に示す。縦軸は、それぞれの超音波照射5秒後における温度で正規化している。FDTDシミュレーション結果において、熱の拡散が小さく、温度上昇の傾きはほぼ直線である。実験結果においては温度測定上の熱電対のアーチファクトが含まれている可能性がある[3]。

超音波照射5秒後の音源中心軸を含む x - y 平面での温度分布について実験とFDTDシミュレーション結果例をFig. 5に示す。温度はそれぞれの最大値で正規化している。また、Fig. 5の中の横方向0mmでの温度距離分布をFig. 6に示す。Fig. 5中の媒質表面から2mmにおける横方向の温度分布をFig. 7に示す。温度上昇の傾きが異なるものの、FDTDシミュレーションによって得られた温度分布は実験値とほぼ一致している。これは、超音波照射5秒後におけるそれぞれの位置の温度上昇の割合が等しいためであると考えられる。

Table 2. Analysis conditions.

	Acoustic-FDTD	FDTD-HCE
Cell size Δ [μ m]	70	
Number of cells [cell]	$2295 \times 1001 \times 1001$	
Time step [s]	$\Delta t = 25 \times 10^{-9}$	$\Delta t_h = \Delta t \times 20000$
Boundary conditions	Mur's first-order ABC*	Constant temperature
Computer	Super computer SX-7, NEC (Information Synergy Center, Tohoku University)	
Memory [MB]	72512	
Time of calculation [s]	53306 (16 parallel)	

* Absorbing boundary condition

Table 3. Medium constants (heat analysis).

	Water	Glycerin
Volume elasticity K [$\times 10^9$ N/m ²]	2.22	4.76
Density ρ [kg/m ³]	1000	1263
Specific heat C [J/kg · K]	4186	2460
Thermal conductivity λ [W/m · K]	0.596	0.287
Thermal diffusivity κ [$\times 10^{-7}$ m ² /s]	1.42	0.924
Absorption coefficient α [dB/m] (1MHz)	0.0253	2.7

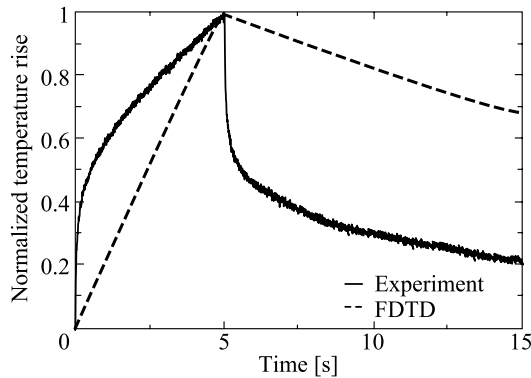


Fig. 4. Time responses of temperature on center axis of transducer and at 2 mm from surface of absorbing medium.

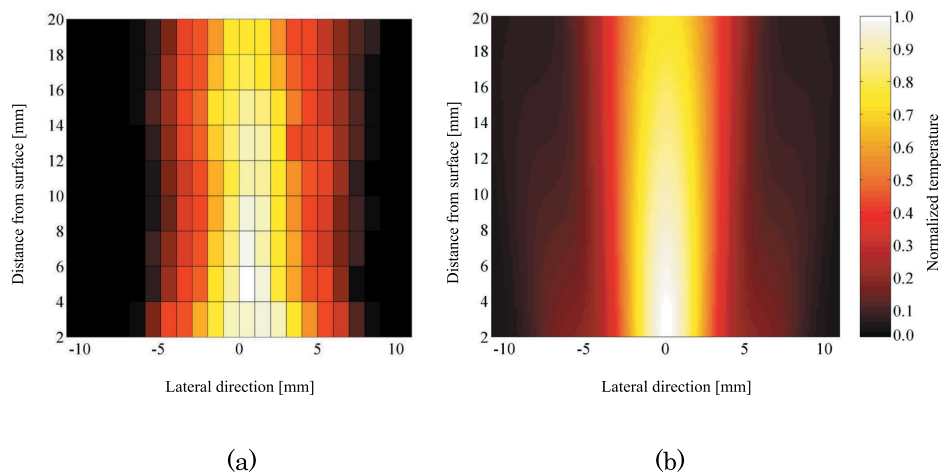


Fig. 5. Temperature distributions (a) experiment and (b) FDTD.

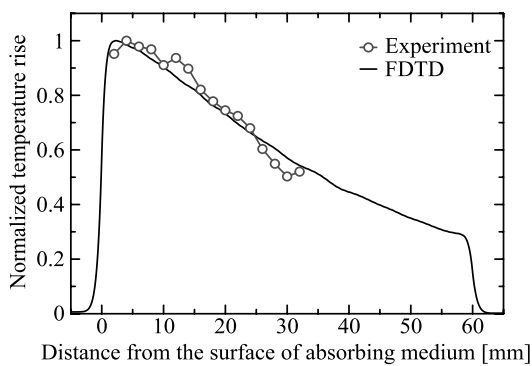


Fig. 6. Temperature distributions in 0 mm lateral direction in Fig.5.

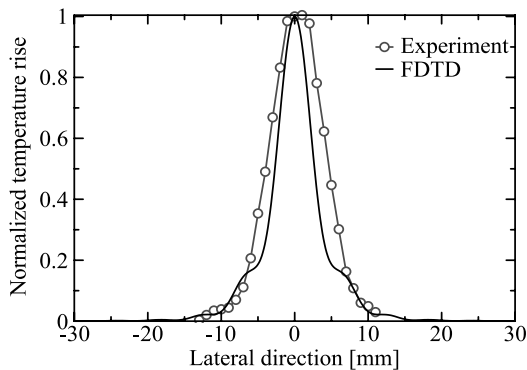


Fig. 7. Temperature distributions at 2 mm from surface in Fig.5.

7. おわりに

本報告では、Westervelt 方程式の FDTD 法適用ための定式化を示した。その結果、超音波照射による温度上昇の要因となる超音波吸収をモデル化する音響基礎方程式と Westervelt 方程式を用いてシミュレーションを行い、両方程式の整合性と有用性が確かめられた。本解析における FDTD シミュレーションは解析条件上、総セル数が膨大となるので、使用メモリが数十 GB を超えるものであった。また、解析空間が広く、計算ループが長くなるため、コンパイラによる自動並列化が有効に働くことになった。ベクトル化率は 99.5% 以上となり、スーパーコンピュータの性能を十分に発揮できたと思われる。

FDTD シミュレーション結果において、得られた空間内の温度分布は実験値とかなり一致した。正規化した温度分布が一致する理由として、実験とシミュレーションの各測定位置での温度上昇の割合がそれぞれ同様であるためであると考えられる。しかし、実験とシミュレーションによる温度上昇の時間応答はまだ一致していない。温度上昇の時間応答が一致しない一つの理由として、熱電対自身の温度上昇の影響が考えられる。今後の課題として、熱電対のアーチファクトの定量化が必要である。

今回は、一様な媒質のモデル化を行ったが、スーパーコンピュータ資源を利用すればより複雑な形状、今後いくつもの媒質が混在したモデルのシミュレーションも行うことができるものと考えられる。

謝辞

本研究のシミュレーションには東北大学情報シナジーセンターのスーパーコンピュータ SX-7 を使用させていただきました。ここに深く感謝いたします。

参考文献

- [1] I.M. Hallaj, R.O. Cleveland, “FDTD simulation of finite-amplitude pressure and temperature fields for biomedical ultrasound”, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.105, No.5, pp.7-12 (1999)
- [2] I.M. Hallaj, R.O. Cleveland, K. Hynynen, “Simulations of the thermo-acoustic lens effect during focused ultrasound surgery”, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.109, No.5, pp.2245-2253 (2001)
- [3] J. Huang, R.G. Holt, R.O. Cleveland, and R.A. Roy, “Experimental validation of a tractable numerical model for focused ultrasound heating in flow-through tissue phantoms”, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.116, No.4, Pt.1, pp.2451-2458(2004)
- [4] 超音波便覧編集委員会, “超音波便覧”, 丸善(1999)
- [5] 日本電子機器工業会, “医用超音波機器ハンドブック”, コロナ社(1997)

- [6] J. L. Drewniak and F. Dunn, “On the Equivalence of Pulsed and Continuous Ultrasound in Producing Temperature Elevations Resulting from Absorption”, *J. Acoust. Soc. Jpn.* E13, pp.115-120 (1992)
- [7] Y. Saito, T. Ishizeki, T. Tsuchiya and N. Endoh, “Numerical Analysis of Temperature Rise in Tissue Using Ultrasound”, *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol.44, No.6B, pp.4600-4601 (2005)
- [8] 超音波TECHNO 編集部, “超音波テクノ”, 日本工業出版株式会社, Vol.16, No.1 (2004.1~2)
- [9] H. Inoue, K I. Carnes, F. Dunn, “Absorption of Ultrasound by Normal and Pathological Human Gonadal Tissues *in vitro*”, *Jpn. J. Med.*, Vol.20, No.6, pp.349-355 (1993)
- [10] 井上浩, 吉田史弘, “超音波の吸収による温度分布シミュレーションの基礎検討”, 日音講論 pp.1057-1058 (2002.3)
- [11] 井上浩, 吉田史弘, “超音波の伝搬と吸収による温度分布シミュレーションの基礎検討”, 信学技報, EMD2001-93 (2002-01)
- [12] C. Yamaya, H. Inoue, “Behavior of Propagation and Heating Due to Absorption of Ultrasound in Medium”, *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol.45, No.5B, pp.4429-4434 (2006).
- [13] 宇野亨, “FDTD法による電磁界およびアンテナ解析”, コロナ社 (1998)
- [14] C. Yamaya, H. Inoue, “A Heat Analysis for Absorption of Ultrasound in Soft Tissue”, in *Proc. Int. Fed. Med. Bio. Eng. APCMBE2005*, Vol.8 (2005)
- [15] 鎌倉友男, “非線形音響学の基礎”, 愛智出版 (1996)
- [16] 大久保秀明, 吉田泰夫, 井上浩, “微細径ガラス管内熱電対の試作”, 秋田大学工学資源学部研究報告 第19号, pp.41-46 (1998.10)
- [17] 熱物性ハンドブック編集委員会, “熱物性ハンドブック 日本熱物性学会編”, 養賢堂 (1990)
- [18] 物理学辞典編集委員会, “物理学辞典”, 培風館 (1986)