

[共同研究成果]

モード変換過程におけるトンネル効果についての計算機実験

加藤 雄人¹、飯島 雅英²、小野 高幸²

1：東北大学大学院 理学研究科 惑星プラズマ・大気研究センター

2：東北大学大学院 理学研究科 地球物理学専攻

モード変換による電磁波放射過程の中でも、背景プラズマの不均一構造の空間スケールがプラズマ波動の波長と同程度の場合には、トンネル効果が生じることが指摘されている。従来は単純なプラズマ構造における漸近解を用いた近似によって議論されてきたトンネル効果による電磁波放射効率に関し、計算機シミュレーションによってその厳密解を求め、定量的に評価することができた。今後、従来の解析的手法では扱い得なかったより現実の宇宙プラズマに近い複雑なプラズマ環境の場合への応用が期待される。

1. はじめに

宇宙空間プラズマ中の急峻な密度勾配が存在する領域において生じるモード変換過程は、惑星周辺においてみられる電磁波放射メカニズムの一つとして、数多くの理論研究及び観測的研究が進められてきている。Oya(1971)によって提唱された slow X-mode¹から 0-mode への線形モード変換過程は OJB 理論と呼ばれ、木星電波や地球磁気圏内で観測される Kilometric Continuum Radiation の生成機構として適用され、広く受け入れられている。しかし一方で、惑星起源の電磁波に含まれる fast X-mode の生成機構としてのモード変換過程は、その変換効率は非常に小さいと考えられており、サイクロトロン・メーザー不安定による直接励起過程[Wu and Lee, 1979]が重要であるとされている。しかし、飛翔体による直接観測の結果の中には、直接励起過程では説明が難しい観測例も多く存在し、モード変換を始めとする他の物理プロセスによる fast X-mode 生成機構の再検討が必要とされている。

過去に fast X-mode 生成機構としてモード変換過程を適用した例としては、モード変換過程におけるトンネル効果に関する理論的研究が Budden(1955)や Tang(1970)、Stix(1992)によってなされている。トンネル効果による変換過程を議論する際には、プラズマ数密度の異なる媒質が遷移領域を挟んで存在している状況を考える(図1を参照)。遷移領域の幅が slow X-mode の波長よりも十分に大きい場合には WKB 近似が成立し、遷移領域は禁止領域となって、相対的に高密度な領域で生成された slow X-mode が遷移領域内に入射しても、反射または減衰される。しかし、ここで遷移領域の幅が slow X-mode の波長程度の空間スケールであるとする、slow X-mode wave のエネルギーの一部が遷移領域を越えて低密度領域に到達する事ができ、fast X-mode へと変換されることが期待される。Budden(1955)らによ

¹ 本稿では、プラズマ周波数から高域混成共鳴周波数に至る周波数帯域まで含めた Z-mode 波動を指して、「slow X-mode」と呼ぶ

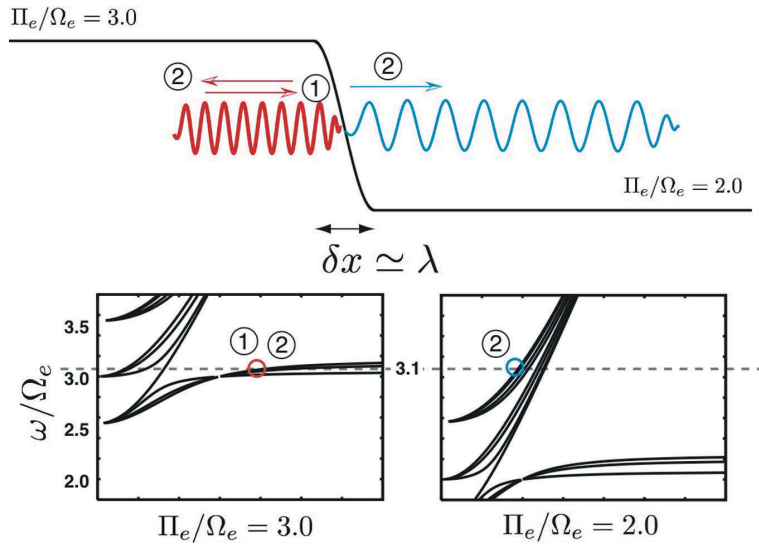


図 1 : トンネル効果による slow X-mode から fast X-mode へのモード変換過程の模式図。 $\Pi_e/\Omega_e=3.0$ の領域から境界に向かって伝搬する slow X-mode の波動が時刻①で境界に達し、時刻②では波動のエネルギーが反射波 (slow X-mode) と透過波 ($\Pi_e/\Omega_e=2.0$ の領域を伝搬する fast X-mode) の 2 種類のモードに分配されている様子を示す。下の 2 枚のパネルはそれぞれの領域での分散関係を示し、パネル中の数字は模式図中の番号に対応した時系列を示している。

ってなされた理論研究では、禁止領域を含む空間領域での波動伝搬を、伝播可能領域の波動方程式の漸近解で表し、トンネル効果によって得られる変換効率を導出し、禁止領域の厚さが slow X-mode の波長程度の場合に有意な変換が起こり得る事が示されている。

本研究は、背景プラズマ流体の運動方程式とマクスウェル方程式を直接数値的に解く手法[加藤他, 2004]を用いて、トンネル効果による fast X-mode への変換過程についての計算機実験を実施し、その変換効率導出における本シミュレーション手法の有用性を議論することを目的とする。本稿ではシミュレーションの初期結果と、従来の理論研究によって得られている解析解とを比較してこの点を議論する。

2. シミュレーションモデルの概要

本研究で用いるシミュレーション手法では背景のコールドプラズマを流体として取り扱い、以下の基礎方程式を用いてプラズマ波動のモード変換プロセスを含めた伝搬の様相を解き進める。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\nabla \cdot (N \mathbf{v}) \quad (2)$$

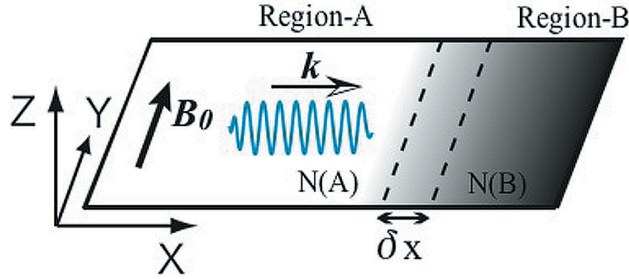


図 2：シミュレーション空間の模式図

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{J} \quad (4)$$

$$\mathbf{J} = qN\mathbf{v} \quad (5)$$

シミュレーション空間は X-Y 平面上の 2 次元とし、背景磁場を Y 軸方向にとる。図 2 に示すように、プラズマの数密度が異なる領域 A 及び B を設定して、その境界には次式で表されるような密度勾配を与える。

$$N(x) = N(A) + \delta N \left(\sin \left(\pi \frac{x}{\delta x} \right) - 1 \right) / 2 \quad (6)$$

ここで、 $x=0$ は境界領域の中心位置を示し、 δx は境界の X 軸方向の幅、 $N(x)$ は位置 (x,y) における電子の数密度、 $\delta N = |N(A)-N(B)|$ である。

本シミュレーションでは背景磁場強度がシミュレーション空間内で一様としており、シミュレーション空間中各点でのプラズマ周波数 Π_e とサイクロトロン周波数 Ω_e の比 $R = \Pi_e / \Omega_e$ の空間変化は、電子の数密度 $N(x)$ のみに依存して変化する。

グリッド幅 $\Delta x, \Delta y$	0.06 c/Ω_e
タイムステップ幅 Δt	0.045 Ω_e^{-1}
X 軸方向のグリッド数 L_x	2048
Y 軸方向のグリッド数 L_y	32
タイムステップ数	40000

表 1：シミュレーションで用いる初期パラメータ

	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5
δx	4 λ	2 λ	1 λ	0.5 λ	0(不連続)

表 2：それぞれの計算で用いた δx の値。領域 A 内での slow X-mode 波動の波長 λ は $1.29c\Omega_e^{-1}$ である。

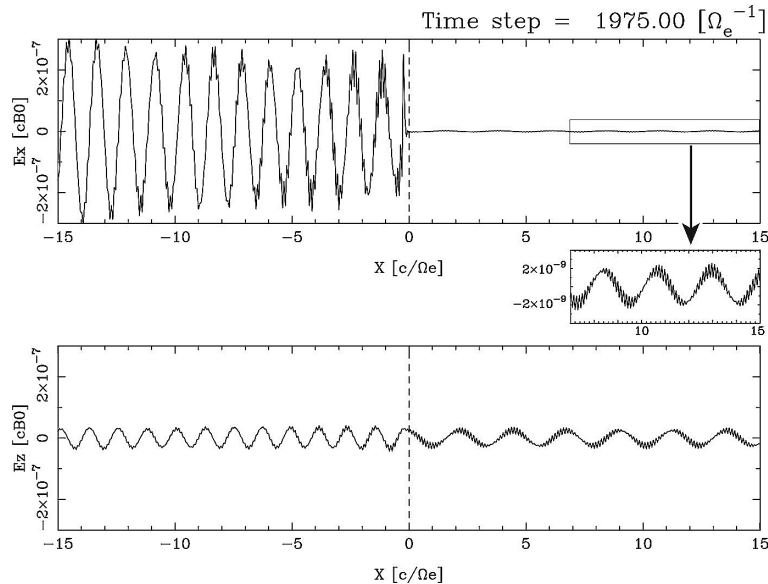


図3: Run 4 での E_x 及び E_z 波形の空間分布 ($Y=16$)。
 図中の破線は遷移領域の中心位置を示す。

シミュレーションでは、領域 A 及び B での R をそれぞれ 3.0、2.0 とし、領域 A 内に $\omega=3.1\Omega_e$ の、磁場に対して垂直方向に伝搬する slow X-mode の波動を注入、領域 B との境界で生じるモード変換過程を再現する。用いた初期パラメータを表 1 に示す。境界領域は図 1 に示されるように、slow X-mode 波動に関して禁止領域となるが、 δx の大きさを slow X-mode 波動の波長程度の空間スケールに設定することで、トンネル効果による fast X-mode 波動の生成が期待される。さらに、表 2 に示されるように異なる δx を設定して計算を実施し、変換効率の δx に対する依存性を求める。

3. 結果と考察

実施された 5 つのシミュレーション結果では、トンネル効果による fast X-mode 波動への変換過程が再現されている。一例として図 3 に、Run 4 で得られた電場波形を示す。図中の波線は遷移領域の中心位置を示し、波線の左側が領域 A、右側が領域 B にあたる。領域 B における $\omega=3.1\Omega_e$ 、垂直伝搬の fast X-mode の電場波形 E_w は $(E_{wx}, E_{wy}, E_{wz})=(0.28, 0, 1)$ なる偏波を持つことから、領域 B を伝搬する波動は fast X-mode であると同定される。ここで入射波 (slow X-mode) 及び透過波 (fast X-mode) それぞれのポインティングフラックス P_{sx} 及び P_{fx} を求め、その比から変換効率 $C=P_{fx}/P_{sx}$ を計算すると、Run 4 での値は 0.385 となった。

上記の手順に従って 5 つのシミュレーション結果それぞれから変換効率を求め、導出した δx との関係を図 4 に示す。その結果から、プラズマ密度の空間勾配のスケールが波長程度の場合に、トンネル効果によって fast X-mode が有効に生成され得ることが示された。また、変換効率は δx が大きくなるに従って指数関数的に減少しており、過去の理論研究によって得られている知見に矛盾しない結果となっている事が示された。

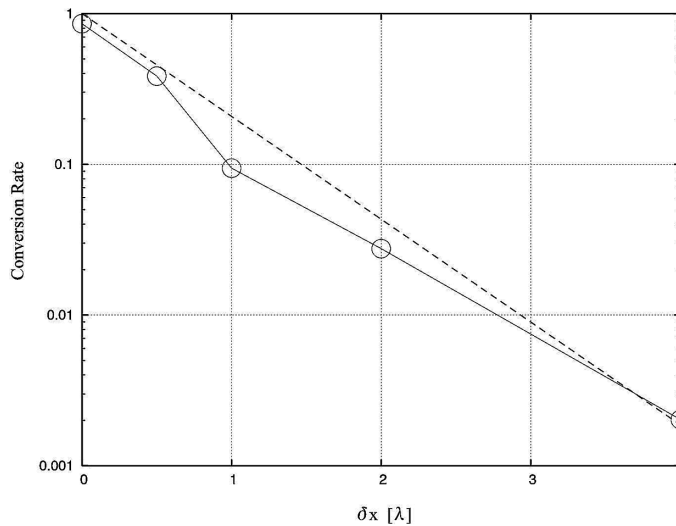


図 4: Run 1~5 の結果から得られた fast X-mode の変換効率。
破線は解析解から予測される値 [e.g., Stix, 1992]。

以上の結果は、本シミュレーションによってトンネル効果によるモード変換過程を近似を含めずに再現できる事を示すものである。今後、slow X-mode の遷移領域への入射角や、周波数帯域を持たせる事による変換効率の変化について、パラメータサーベイを行う事でこのモード変換プロセスの詳細な議論を進めることが可能となった。特に本モデルでは、解析的には取り扱いが困難なより現実に近い複雑な密度構造や、急峻な空間変化を扱う事が可能である。現在のモデルではコールドプラズマのみを取り扱っている為、遷移領域における波動エネルギーの散逸は生じず、全て反射もしくは透過する条件となっている。この点に関しては、今後有限なラーモア半径を持つ熱的電子をモデル中に加える事で、さらに現実的な問題に対応したモデルとすることが可能となる。

4. まとめ

トンネル効果による slow X-mode から fast X-mode のモード変換過程についての計算機実験を、マクスウェル方程式とコールド電子流体の運動方程式を組み合わせで直接解くシミュレーションコードを用いて行った。その結果から、遷移領域の幅が slow X-mode の波長スケール程度の条件下ではモード変換が有効に働く事が判明し、変換効率と遷移領域の空間スケールとの関係を導出した。以上の成果の詳細は、学術論文としてまとめられている[Katoh and Iizima, 2006]。今後、モデル中に熱的電子を加えての計算や、slow X-mode の伝搬角及び波動スペクトルと変換効率との依存性の導出、従来解析的手法では扱い得なかった複雑なプラズマ密度構造の場合や非線形性の問題など、このモード変換過程のより詳細な理解に向けた研究を進める予定である。

謝辞

本研究は東北大学情報シナジーセンターとの平成 17 年度共同研究課題「電磁波との共鳴による電子加速についての計算機シミュレーション」による成果であり、シミュレーションコードの開発にあたっては同センターとの共同研究として進められた。共同研究を通じた有益な助言と多大な協力をいただき、本シミュレーションコードの SX-7 での演算性能の向上において大きな効果を得ることができた。

参考文献

- [1] Budden, K. G., The non-existence of a "fourth reflection condition" for radio waves in the ionosphere, in *Physics of the Ionosphere: Report of Phys. Soc. Conf. Cavendish Lab.*, p. 320, Physical Society, London, 1955.
- [2] Katoh, Y. and M. Iizima, Mode conversion from slow X-mode to fast X-mode by the tunneling effect, *Earth Planets Space*, in press.
- [3] 加藤、小野、飯島, 不均質媒質中でのプラズマ波動の伝搬についての計算機実験, *SENAC*, **37**, 1, 13--19, 2004.
- [4] Oya, H., Conversion of electrostatic plasma waves into electromagnetic waves: numerical calculation of the dispersion relation for all wavelengths, *Radio Sci.*, **6**, 1131-1141, 1971.
- [5] Stix, T. H., *Waves in Plasmas*, AIP Press, New York, 1992.
- [6] Tang, T. W., Mode conversion in a weakly inhomogeneous collisionless magnetoplasma, *Phys. Fluids*, **13**, 121-135, 1970.
- [7] Wu, C. S., and L. C. Lee, A theory of the terrestrial kilometric radiation, *Astrophys. J.*, **230**, 621-626, 1979.