

準静近似を組み込んだFDTD法による 誘電体基板上アンテナの解析

東京農工大学 大学院 共生科学技術研究部 有馬卓司 宇野亨

1 はじめに

飛行機，列車，車などに代表される移動体通信においては，GPS，ラジオ，無線電話などの無線通信がなくてはならないものとなっている．特に，飛行機，列車などの公共の乗り物では安全運行上その重要度は高いと考えられる．この無線通信において情報のインターフェイスの役割を果たすものはアンテナである．これら乗り物などの比較的大きな物体につけるアンテナの開発は，その品質，開発に要する時間，コストの面から見ても，シミュレーションによる手法が有効といえるが，現在においても，実験による試行錯誤的な手法で開発しているのが現状である．その一番の理由は，車の場合を例にとると数メートル以上の車体と数センチ程度のアンテナ，または数ミリ以下になる微細な形状を有する車体形状とのスケールの差を超えてうまく計算機のなかで再現できる手法がまだ確立されていない事にあると考える．この困難さを，車に用いられる車載アンテナの解析を例にとって説明する．まず，車の形状は複雑であり，その加工は1mm程度のものである．また窓ガラスなどを多く含むが，電磁界解析においてガラスなどの誘電体や複雑な形状を含む解析は非常に困難である．このような複雑なモデルの解析手法にはFDTD (Finite-Difference Time-Domain Method) 法 [1] しかないのが現状である．この手法は解析空間全体を図2に示すようなセルと呼ばれる微小領域に分割し，分割したすべてのセルにマクスウエルの方程式を直接差分化したものを適用するという，大変シンプルなアルゴリズムのため複雑な条件も容易に解析できる．この手法を用いて実際の車を解析するとき，FDTD法ではセル単位で物体をモデル化する．そのためアンテナを正確にモデル化するには大きさが1mm程度以下のセルが必要になる．このセルを用いて車をモデル化するには車の大きさ（乗用車で $2\text{m} \times 4\text{m} \times 1.5\text{m}$ ）で120億セル必要になる．一般的に1セルにつき24バイトの計算機メモリが必要といわれており [1]，車自体の解析だけで約300Gバイト必要になってしまい，実際の計算には，解析領域端部の処理などが必要でありすべての計算にはこの1.5倍以上のメモリが必要と考えられる．現在最高性能の計算機を用いれば，計算時間こそかかるが解析は可能といえる．しかし，容易に最高性能の計算機を使える環境にある者は多くなくまた，計算時間がかかるということは開発に要する時間が多くかかってしまい不経済である．さらに，車載用アンテナでは，意匠性，耐久性の面から誘電体であるガラスに直接蒸着される事が増えてきている．FDTD法において誘電体基板上アンテナを解析するには

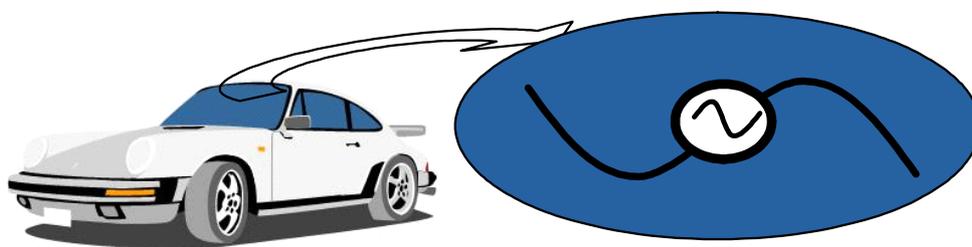


図 1: 数メートルの車体と数センチのアンテナ

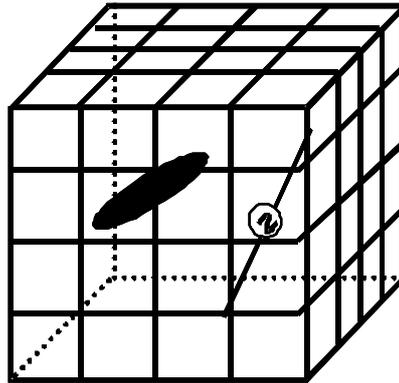


図 2: FDTD 空間

非常に細かなセルを用いないと妥当な解析が行えないこと [2] が知られている。これは、FDTD 法は差分法のために、電磁界をセルの中心の一点に代表させて与えている。これは、厳密にはセル内での電磁界の変化が無いと近似していることになる。誘電体上にアンテナ導体がある場合には、アンテナ導体近傍の電磁界の変化は激しいと考えられる。このため、非常に細かなセルを用いなければならないといえる。先ほど車の解析には最低 300G バイトのメモリが必要と見積もったが、もしアンテナが誘電体上に作成されている場合には 1mm のセルでは妥当な解析結果が得られないため、さらに小さなセルが必要になり 300G バイトの数十倍以上のメモリが必要になり、実用的な計算時間ではとても解析が行えるとは考えられない。そこで筆者らは、誘電体基板上アンテナに的を絞って、比較的粗いセルを用いて計算量を抑えても、高精度な解析が行える方法に関する研究を行っているので紹介する。

2 FDTD 法における計算量削減方法

ここでは、大規模モデルをより少ない計算量で解析する手法がいくつか提案されているのでここに示し、我々の手法が優れていることを示す。まず、この様な問題を高精度かつ高効率に解析する方法として次の二つのアプローチが提案されている

1) 局所的にセルサイズを細かくする (図 3)

2) 電磁界の変化を FDTD 法に組み込む。

まず、1) の手法はサブグリッド法 [3] などと呼ばれ、微細な形状を持つ部位、もしくは誘電体とアンテナが密着しており細かなセルを用いないと高精度な解析が行えない領域にのみ細かなセルを用いる手法である。その様子を図 3 に示す。この手法は解析に必要なセル数が通常の FDTD 法より多く必要となる。FDTD 法は解析時間と解析に必要なメモリは、セル数に比例するためにサブグリッドを用いると計算時間が多くかかってしまう。さらにこの方法は細かなセルの領域と、粗いセルの領域の境界で不要な反射が起きることが報告されており、決して使い勝手のよい方法とはいえない。そこで、我々は 2) の方法に注目している。上述したように FDTD 法は一般的に一次差分を用いているため電磁界の値をセルの中心に代表させて与えている。これは、セル内で電磁界の場所の変化を考慮していないと言える。そこで、筆者らはアンテナ近傍では静電磁界が支配的と考え誘電体基板上アンテナ近傍での静電磁界の変化を厳密に求め、この変化を FDTD 法に組み込むことを考えた [4]。この方法では、細かなセルを用いることもなく高精度化が可能なので計算量が増えることがない。次にこの手法について述べる。

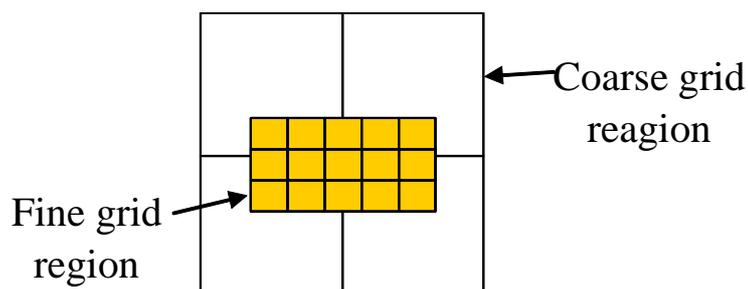


図 3: サブグリッド法のイメージ

3 準静近似を組み込んだFDTD法

FDTD法は差分法のために、電磁界をセルの中心の一点に代表させて与えている。これは、厳密にはセル内での電磁界の変化が無いと近似していることになる。これは、解析精度低下の原因と考えられる。従って、電磁界の変化が急峻な場所ではセルサイズを非常に細かくしなければならない。特にここで対象にするような、誘電体上にアンテナ導体がある場合には、アンテナ導体近傍の電磁界の変化は激しいと考えられる。そこで、本論文ではアンテナ近傍では静電磁界が支配的と考え誘電体基板上アンテナ近傍での静電磁界の変化の様子をアンテナに一番近いFDTD法のセルに組み込めばセルサイズを細かくすること無く高精度化できると考えた。まず、誘電体基板上線状アンテナ近傍での静電磁界を考える。実際のマイクロストリップアンテナや回路基板等のモデルは形状も複雑でありまた個体差が大きく一般的なモデルを考えるのは難しい。そこで図4中の2次元モデルに示すようなシンプルなモデルを考える。このモデルは誘電体膜上に完全導体が密着した形で装荷されたものである。このモデルで、一般的な誘電体基板上アンテナは精度良くモデル化できると考える。まずこのモデル近傍の静電磁界の分布を求める。この構造における静電ポテンシャル

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

に対するGreen関数は容易に求めることができる。この構造に対するGreen関数は以下のようになる。

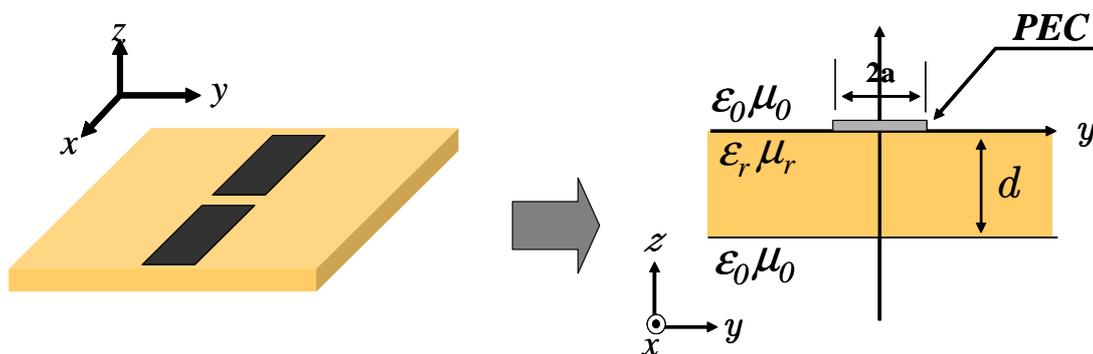


図 4: プリントダイポールアンテナと2次元モデル

$$G_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{s^2 + (z - z')^2}} \quad (z > 0) \quad (2)$$

$$G_s = \frac{1}{4\pi} R_0 \sum_{n=0}^{\infty} R_0^{2n} \left[\frac{1}{\sqrt{s^2 + (z + z' + 2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{s^2 + \{(z - z') + (2n + 2)d\}^2}} \right] \quad (z > 0) \quad (3)$$

$$G_1 = \frac{1}{4\pi} T_0 \sum_{n=0}^{\infty} R_0^{2n} \frac{1}{\sqrt{s^2 + (z + z' + 2nd)^2}} - \frac{1}{4\pi} T_0 R_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left[R_0^{2n} \frac{1}{\sqrt{s^2 + \{(z + z') + (2n + 2)d\}^2}} \right] \quad (0 > z > -d) \quad (4)$$

ただし, G_0 は自由空間に対する Green 関数, G_s は反射成分に対する Green 関数である. また, $s = (x + x')^2 + (y + y')^2$, $R_0 = \frac{1 - \varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r}$, $T_0 = 1 + R_0$ である. 電界 \mathbf{E}^{stat} は

$$\mathbf{E}^{stat} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_v \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') dv \quad (5)$$

より求めることができる. ここで, ストリップ上の電荷を $\rho = \frac{1}{\sqrt{a^2 - y^2}} \delta(z)$ として電磁界を求めている. 磁界に関しては, 電流が x 方向に一様に流れているとすると, 静磁界ベクトルポテンシャル A_x は

$$\nabla^2 A_x = -\mu J_x \quad (6)$$

と (1) 式 と全く同じ方程式を満たすので, 上式に対する Green 関数もまた (2) ~ (4) と同様に表される. 静磁界は

$$\mu \mathbf{H}^{stat} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (7)$$

より求めることができる.

4 FDTD 法への定式化

以上より求めた誘電体基板上アンテナ近傍での静電磁界の変化の様子を FDTD 法に組み込む方法について述べる.

まず FDTD 法について概説を行う. 電磁界を支配するマクスウエルの方程式は微分形でも積分形でも記述される. 一般的に FDTD 法では, 微分形を用いてこれを差分表現することにより定式化される [1]. この際, 電界磁界を図 5 に示される Dual セルと呼ばれる半セルずれた 2 つのセルそれぞれに配置する事により定式化できる. このときマクスウエルの方程式の積分形を用いてもまったく同様に定式化できる [5][6]. 例えば, 図 6 に示すような電界セルの一面に対してファラデーの法則

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = - \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (8)$$

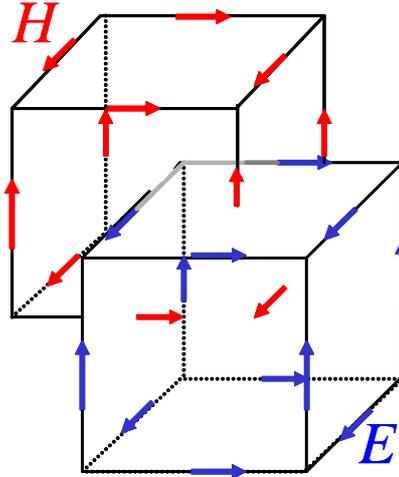


図 5: Dual セル

を適用するとき，閉曲線 C 上の電界は

$$E_q \approx E_q^{stat} \quad (q = x, y) \quad (9)$$

と近似する．比例係数はセルエッジ上の電界によって決定することに注意しておく．ただし， $\oint_C E^{stat} dl = 0$ であるから本来の CP 法では左辺の面積分に対して磁界の変化を考慮して面積分するが，この面積分は複雑となる．そこで本論では，式 (8) の左辺の磁界は S 上で一定とし，その代わりに磁界セルについてアンペアの法則

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{D} \cdot n dS + \int \sigma \mathbf{E} \cdot n dS = \oint_C \mathbf{H} \cdot dl \quad (10)$$

を適用する．このとき右辺の磁界セルに対して上と同じように計算している．上の様な計算は $x - y$ 面， $x - z$ 面内のセルに対しても同様に行っている．

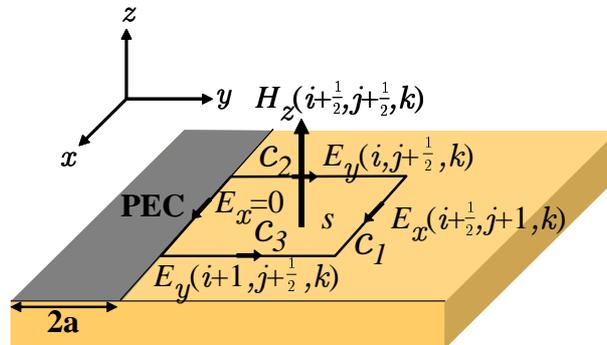


図 6: x-y 平面の電界セル

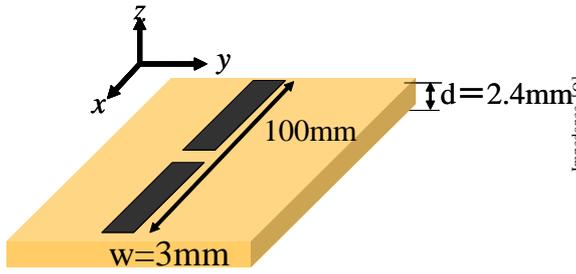


図 7: プリントダイポールアンテナ

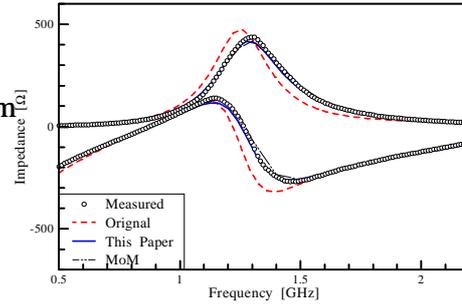


図 8: プリントダイポールアンテナ

5 解析結果

5.1 プリントダイポールアンテナ

この手法の有効性を示すために、図 7 に示すプリントダイポールアンテナの解析を行った。このモデルは比誘電率 $\epsilon_r = 10.2$ 、厚さ $d = 2\text{mm}$ の誘電体基板上に幅 $w = 3\text{mm}$ 、全長 $2L = 100\text{mm}$ のダイポールアンテナが装荷されたモデルである。入力インピーダンスの解析結果を図 8 に示す。通常の FDTD 法はセルサイズを 0.6mm と大変細かく取っているにもかかわらず精度が良くないことが分かる。本論の手法はセルサイズを 2.4mm と通常の FDTD 法よりも大きく取っているにもかかわらず精度が向上していることが分かる。

5.2 マイクロストリップ線路

次に、この手法を図 9 に示すマイクロストリップラインに適応した結果を示す。マイクロストリップラインに対する準静近似を求める際、図 9 に示すようなマイクロストリップ線路はわずかな不連続部分があってもほぼ TEM 線路として動作し、 $y-z$ 面内の電磁界は静電界、静磁界によって精度よく近似できる [7], [8]。この静電界、静磁界をスカラーポテンシャル ϕ から求めると

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}(y, z) &= -\nabla\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z} \\ \mathbf{H}(y, z) &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\hat{x} \times \mathbf{E}(y, z) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。これはマイクロストリップ導体上の電荷分布が分かっている場合に便利な式である。一方、マイクロストリップ上に流れる電流 J_x によるベクトルポテンシャル A_x から静磁界、静電界を求めることができ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}(y, z) &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \hat{y} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \hat{z} \right) \\ \mathbf{E}(y, z) &= \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \mathbf{H}(y, z) \times \hat{x} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となる。式 (11), (12) は表現は異なるが共に同じ電磁界を表すからどちらを用いてもよい。しかし、誘電体基板の比透磁率は一般に $\mu_r = 1$ となるので、ベクトルポテンシャル A_x を用いた方が計算は簡単になると考えられる。そこで、(12) 式を利用して静電磁界の空間的な変化を求めた。このとき無限に長いマイクロストリップ導体上の電流分布は $J_x(y) = I_0/\sqrt{y^2 - a^2}$ で近似できることが分かってお

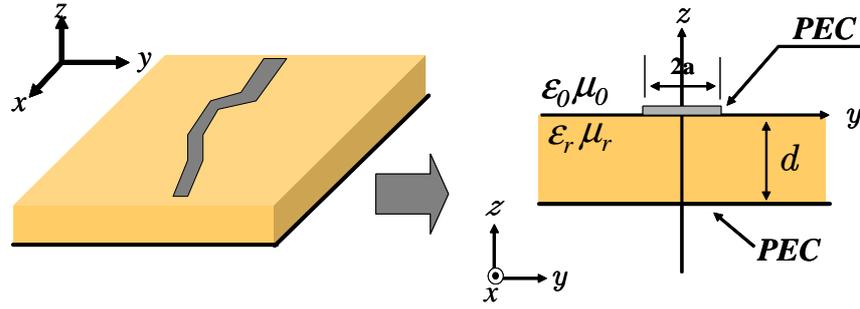


図 9: TEM 線路と 2 次元モデル

り、この電流分布を用いた際のベクトルポテンシャル A_x は容易に計算できて

$$A_x(y, z) = \frac{\mu_0 I_s}{2} \left[\log \left\{ \frac{u_0 + w_0}{2a} \frac{Q_0 - z}{Q_0} \right\} - \log \left\{ \frac{u + w}{2v} \left(1 - \frac{t}{\sqrt{1 - k^2}} \right) \right\} \right] \quad (13)$$

と解析的に求まる。ただし、

$$\begin{aligned} u_0 &= \sqrt{(y - a)^2 + z^2}, w_0 = \sqrt{(y + a)^2 + z^2} \\ Q_0 &= \sqrt{\left(\frac{u_0 + w_0}{2a} \right)^2 - y^2} \\ u &= \sqrt{(y - a)^2 + (z + 2d)^2} \\ w &= \sqrt{(y + a)^2 + (z + 2d)^2} \\ v &= \sqrt{a^2 + (2d)^2} - 2d \\ t &= \frac{2(z + 2d)}{u + w}, k = \frac{2y}{u + w} \end{aligned}$$

である。FDTD 法への組み込み方は 4 節の方法と同じである。解析結果を図 10 に示す。これは特性インピーダンス z_0 を 50Ω に設計したマイクロストリップラインの計算結果である。通常の FDTD 法

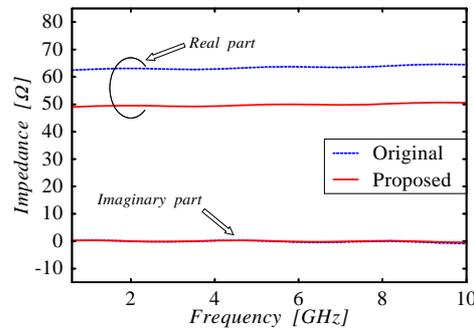


図 10: 特性インピーダンス

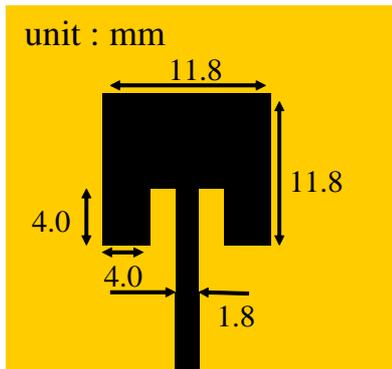


図 11: パッチアンテナ

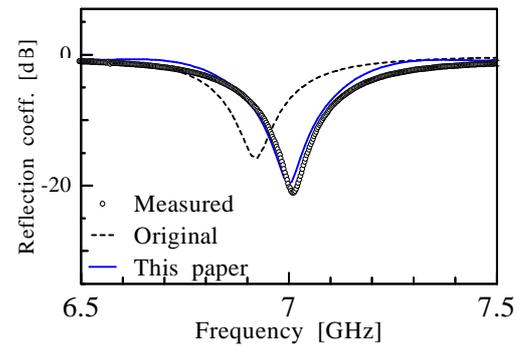


図 12: 反射係数

は設計値と大きく異なっているが、準静近似を組み込んだ FDTD 法による結果は設計値とよく一致しており、有効性が分かる。

5.3 パッチアンテナ

次に図 11 に示すパッチアンテナの解析結果を示す。形状およびサイズは図 11 に示すとおりであり、基板の厚みは $t = 0.827\text{mm}$ 、比誘電率は $\epsilon_r = 3.274$ である。パッチアンテナにおいてはアンテナ長が比較的長ければ近傍の電磁界は TEM モードが支配的になると考えられるため準静近似はマイクロストリップラインと同様に求め、パッチアンテナの長さ方向のエッジに組み込んだ。反射係数の解析結果を図 12 に示す。FDTD 法のセルサイズは $\Delta x = \Delta y = 0.2\text{mm}$, $\Delta z = 0.2757\text{mm}$ としている。パッチアンテナにおいても我々の手法の有効性が確認出来る。

5.4 準静近似を用いた FDTD セルよりも薄い誘電体基板のモデル化

この手法の目的は、粗いセルを用いても誘電体基板上アンテナを高精度に解析することであった。いくつかの解析例よりこの手法の有効性を示した。ここでは、さらにこの方法を進め、FDTD セルよりも小さな媒質、言い換えると FDTD セル中の媒質を準静近時を用いて解析する事を考えた。このときの配置を図 13 に示す。我々の方法では、アンテナ近傍の誘電体シートは準静近似を用いてモデル

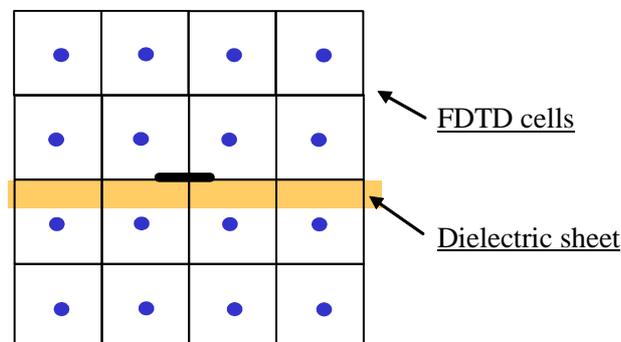


図 13: FDTD セル中の誘電体シート

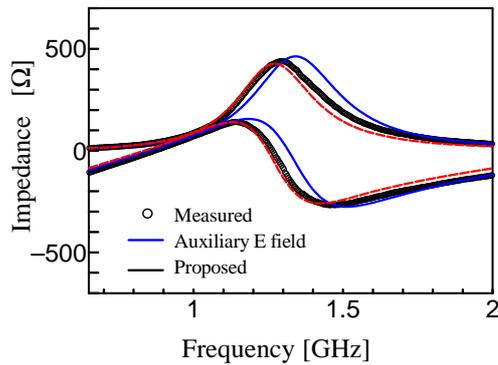


図 14: 解析結果 ($\Delta z = 4.8mm$)

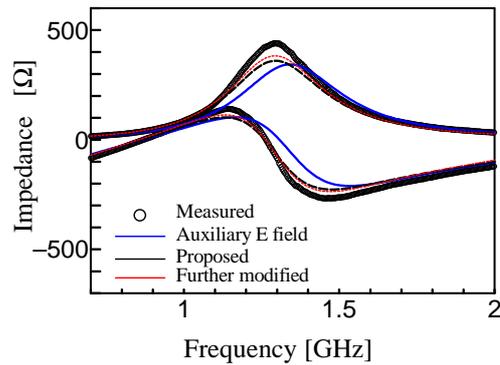


図 15: 解析結果 ($\Delta z = 9.6mm$)

化し，アンテナから離れるところではそのアンテナに対する影響は小さいため，セル中での誘電体の面積比より求まる等価的な誘電率を用いている．解析結果を図 14 にそれぞれ示す．解析モデルは図 7 のプリントダイポールアンテナとし，FDTD 法のセルサイズを誘電体の厚み方向に対して，誘電体の 2 倍すなわち $\Delta z = 4.8mm$ としている．図中で”Auxiliary E field”とあるのは，アンテナ近傍を含む誘電体全体を等価的な誘電率でモデル化したものである．この結果より，準静近似を用いて FDTD セルよりも薄いモデルをモデル化できることが分かる．さらに，図 15 に誘電体の厚み方向のセルサイズをさらに倍 ($\Delta z = 9.6mm$) にした結果を示す．精度は劣化しているが，FDTD セルの 4 分の 1 の厚みの誘電体を上手くモデル化出来ていることがわかる．

6 まとめ

FDTD 法において大規模モデルを解析する際，FDTD 法ではセルサイズの制約より解析には莫大なメモリが必要になっていた．特に誘電体上アンテナを含むモデルでは高精度な結果を得るために非常に細かなセルが必要になり，誘電体上アンテナを含む大規模モデルの解析は非常に困難である．そこで筆者らは，誘電体上アンテナに的を絞って，これを粗いセルでも高精度に解析する手法として準静近似を組み込んだ FDTD 法を示し，有効性を示した．さらにこの手法は，FDTD セルよりも薄い誘電体基板も高精度に解析できる事を示した．この手法を上手く使えば，比較的粗いセルでも高精度な解析が可能になるので，大規模モデルの解析に有効であると考えられる．

謝辞

本研究の計算結果の多くは東北大学シナジーセンターの大型計算機を用いて得られたものであり、ここに深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 宇野 亨, "FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析", コロナ社, 1998
- [2] 有馬卓司, 宇野 亨, " FDTD 法によるフィルムアンテナの解析," 電子情報通信学会技術研究報告, AP2003-33, pp.41-46, 2003.5
- [3] M.W.Chevelier, R.J.Luebbers, and V.P.Cable ",FDTD Local Grid with Material Traverse," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.43, No.3, pp.411-421, March 1997.
- [4] 有馬卓司, 宇野 亨, "準静近似を利用した誘電体基板上アンテナ解析の高精度化" 電子情報通信学会論文誌 B,vol.J85-B, no.2, pp.200-206, 2002.2.
- [5] T.G.Jurgens and A.Taflove"Three-Dimensional Contuur FDTD Modeling of Scattering from Single and Multiple Bodies" , IEEE Trans. and Propagat. Vol,41 No.12,pp.1703-1708,1993.
- [6] T.G.Jurgens and A.Taflove"Finite-Difference Time-Domain Modeling of Curved Surfaces" , IEEE Trans. and Propagat. Vol,40 No.4,pp.357-366,1992.
- [7] R.E.Collin, "Field Theory of Guided Wave," 2-nd ed. chap. 3., IEEE Press., 1991.
- [8] 安達三郎, 米山努, "電波伝送工学", 第3章, コロナ社, 1981.